

Dans le précédent chapitre sur Pythagore, nous avons démontré puis appliqué le théorème de Pythagore sur des triangles, que l'on savait être des triangles rectangles. Dans cette deuxième partie, il s'agit de montrer, ou pas, que l'égalité de Pythagore est vérifiée.
Si tel est le cas, alors le triangle est rectangle, sinon, il ne l'est pas...

Chapitre 4 La réciproque du théorème de Pythagore

1. Énoncé

Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

2. Exemples

Exemple 1 : NUL est un triangle tel que $NU = 42$ cm ; $LU = 46$ cm et $LN = 62$ cm. Démontre que NUL n'est pas un triangle rectangle.

Remarque préliminaire : Si ce triangle est rectangle, seul le côté [LN] peut être son hypoténuse car c'est le côté le plus long.

Dans le triangle NUL, le plus long côté est [LN] donc on **calcule séparément** LN^2 et $LU^2 + NU^2$:

$$\begin{aligned} \text{D'une part, } LN^2 &= 62^2 \\ LN^2 &= 3844 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part, } LU^2 + NU^2 &= 46^2 + 42^2 \\ LU^2 + NU^2 &= 2116 + 1764 \\ LU^2 + NU^2 &= 3880 \end{aligned}$$

On constate que $LN^2 \neq LU^2 + NU^2$.
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, le triangle NUL n'est pas rectangle.

Exemple 2 : NEZ est un triangle tel que $NE = 75$ cm ; $EZ = 45$ cm et $NZ = 60$ cm. Démontre que ce triangle est rectangle.

Dans le triangle NEZ, le plus long côté est [NE] donc on **calcule séparément** NE^2 et $EZ^2 + NZ^2$:

$$\begin{aligned} \text{D'une part, } NE^2 &= 75^2 \\ NE^2 &= 5625 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part, } EZ^2 + NZ^2 &= 45^2 + 60^2 \\ EZ^2 + NZ^2 &= 2025 + 3600 \\ EZ^2 + NZ^2 &= 5625 \end{aligned}$$

On constate que $NE^2 = EZ^2 + NZ^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle NEZ est rectangle en Z.