Formulaire pour une bonne Terminale ES

I Règles de factorisation - Identités remarquables

1. Identités remarquables
   - $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
   - $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
   - $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

2. Factorisation
   - $ax + ay = a(x+y)$
   - Exemple 1 : $2x+6 = ②x+②\times 3 = 2(x+3)$
   - Exemple 2 : $x^2 + x = x \times x + x \times \mathbf{1} = x(x+1)$

II Suites

- Suites arithmétiques
  - ➤ Terme général : $u_{n+1} = u_n + r$. r est la raison de la suite.
  - ➤ Formule explicite : $u_n = u_p + (n-p) \times r$
- Suites géométriques $(q > 0)$
  - ➤ Terme général : $u_{n+1} = q \times u_n$. q est la raison de la suite.
  - ➤ Formule explicite : $u_n = u_p \times q^{n-p}$

III Fonctions affines

- Une fonction affine f est définie dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$, $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$
- La fonction affine f est croissante si $a > 0$, décroissante si $a < 0$ et constante si $a = 0$.
- La fonction affine f s'annule en $x = -\dfrac{b}{a}$.
- Signe de la fonction affine f : si $a \neq 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x) = ax + b$		signe de $-a$	0	signe de a	

IV Second degré

1. <u>Forme canonique</u>
   $ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)^2 + \beta$ où $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.
2. Résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$
   <u>Discriminant</u> : $\Delta = b^2 - 4ac$
   - Si $\Delta < 0$, alors le trinôme **n'a pas de racine**.
   - Si $\Delta = 0$, alors le trinôme a **une unique racine** : $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$.
   - Si $\Delta > 0$, alors le trinôme a **deux racines** : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
3. <u>Signe du trinôme</u>
   Soit $ax^2 + bx + c$ un trinôme.
   - Si $\Delta < 0$, $ax^2 + bx + c$ est du signe de a pour tout x.
   - Si $\Delta = 0$, $ax^2 + bx + c$ est du signe de a pour tout $x \neq -\dfrac{b}{2a}$ et s'annule quand $x = -\dfrac{b}{2a}$.
   - Si $\Delta > 0$, les racines sont x_1 et x_2, $ax^2 + bx + c$ est :
     - ➤ du signe de a quand $x \in]-\infty; x_1[\cup]x_2; +\infty[$;
     - ➤ du signe opposé de a quand $x \in]x_1; x_2[$;
     - ➤ s'annule en x_1 et en x_2.

V Dérivées

- Fonctions usuelles

Fonction f	définie sur	Fonction dérivée f'	définie sur
$f(x) = k$ (constante)	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = mx + p$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = m$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x^n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x) = -\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$f(x) = \sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+ = [0; +\infty[$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^{+*} =]0; +\infty[$

- Opérations

Fonction	Fonction dérivée
ku avec $k \in \mathbb{R}$	ku'
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\dfrac{1}{u}$ avec $u(x) \neq 0$	$-\dfrac{u'}{u^2}$
$\dfrac{u}{v}$ avec $v(x) \neq 0$	$\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

- Equation de la tangente en $x = a$: $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

VI Pourcentages

- Soit p et q deux réels où $q \neq 0$.
  p est égal à $t\,\%$ de q signifie que :
  $\dfrac{p}{q} = \dfrac{t}{100} \Leftrightarrow p = q \times \dfrac{t}{100}$.
  t est appelé ***le taux***.

- Taux d'évolution

$$t = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100$$

Soit V_i la valeur initiale de la grandeur avant l'évolution et V_f celle après l'évolution.

- Coefficients multiplicateurs
  - Si on augmente V_i de $t\,\%$:
    $V_f = \left(\mathbf{1} + \dfrac{\mathbf{t}}{\mathbf{100}}\right) \times V_i$
  - Si on diminue V_i de $t\,\%$:
    $V_f = \left(\mathbf{1} - \dfrac{\mathbf{t}}{\mathbf{100}}\right) \times V_i$

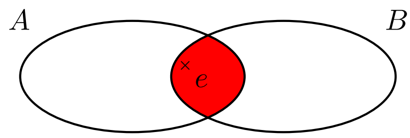
Coefficient multiplicateur global :
Une valeur subit n évolutions successives (hausses ou baisses) ; le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

$$CM_{global} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots\cdots\cdots \times CM_n$$

VII Probabilités

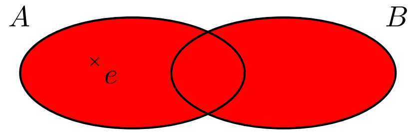
1 – Vocabulaire des ensembles

L'*Intersection* de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont communs à A et B.On la note $A \cap B$.



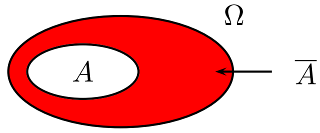
Ainsi $e \in A \cap B$ signifie $e \in A$ **et** $e \in B$.
Lorsque $A \cap B = \varnothing$, on dit que les ensembles A et B sont **disjoints**.

La *réunion* de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui sont dans A ou dans B. On la note $A \cup B$.



Ainsi $e \in A \cup B$ signifie $e \in A$ **ou** $e \in B$.

Soit Ω un ensemble et A une partie de Ω. Le *contraire* de A dans Ω est l'ensemble des éléments de Ω qui n'appartiennent pas à A. On le note $\overline{A}$.



$$A \cup \overline{A} = \Omega \text{ et } A \cap \overline{A} = \varnothing$$

.

2 − Expériences aléatoires

L'ensemble d'une *expérience aléatoire* est appelé *univers* (ou univers des possibles). On note Ω l'ensemble de toutes les *issues* possibles .

3 − Probabilités

- **Loi de probabilité sur un univers Ω fini**
  Soit $\Omega = \{\omega_1\,;\,\omega_2\,;\,\cdots\,;\,\omega_n\}$ l'univers d'une expérience aléatoire.
  Définir une loi de probabilité P sur Ω, c'est associer, à chaque évènement élémentaire w_i, des nombres $p_i \in [0\,;\,1]$, appelés *probabilités*, tels que :
  - ➤ $\sum_i p_i = p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1\,;$
  - ➤ la probabilité d'un évènement A, notée $p(A)$, est la somme des probabilités p_i des évènements élémentaires ω_i qui constituent A.
- **Réunion et contraire**
  Soit A et B deux évènements de Ω, alors :
  - ➤ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)\,;$
  - ➤ Si A et B sont disjoints, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
  - ➤ $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.
- **Equiprobabilité (loi équirépartie)**

$$p(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

- **Espérance mathématique**

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i w_i$$

4 − Loi binomiale

- Epreuve de Bernoulli

  On appelle *épreuve de* Bernoulli de paramètre p toute expérience aléatoire ayant exactement deux issues possibles, qu'on appelle généralement, pour l'une, *succès*, notée S, et, pour l'autre, *échec*, notée $\overline{S}$, et telle que $p(S) = p$.
- Schéma de Bernoulli On appelle *schéma de* Bernoulli de paramètres n et p la répétition à n reprises, de façon indépendante, d'une même épreuve de Bernoulli de paramètre p.
- Cœfficients binomiaux
  Soit un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.
  Pour tout entier $0 \leqslant k \leqslant n$, on appelle cœfficient binomial, noté $\binom{n}{k}$, le nombre de chemins du schéma de Bernoulli menant à k succès.

- Loi binomiale
  Soit un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.
  Soit X la variable aléatoire qui, à chaque issue, associe le nombre de succès.
  On dit que X suit une *loi binomiale de paramètres n et p*, généralement notée $\mathcal{B}(n\,;\,p)$.
- Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;\,p)$.
  Alors, pour tout entier $0 \leqslant k \leqslant n$:
  ➤ $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$;
  ➤ $p(X \leqslant k) = 1 - p(X > k)$;
  ➤ $p(X \geqslant k) = 1 - p(X < k)$.
- $E(X) = np$

VIII Quelques erreurs à éviter

- $(2x)^2 \neq 2x^2$
- $\dfrac{\cancel{x}+2}{\cancel{x}}$ n'est pas égal à 2.(Pas de simplification par x)
- $\dfrac{x+1}{x} + 2$ n'est pas égal à $\dfrac{x+1+2}{x}$
  Mettre au même dénominateur : $\dfrac{x+1}{x} + 2 = \dfrac{x+1}{x} + \dfrac{2x}{x} = \dfrac{x+1+2x}{x}$
- Ne pas oublier les parenthèses (surtout lorsqu'on soustrait une expression rationnelle)
  Exemple :$\dfrac{x^2+1}{x} - \dfrac{x+2}{x} = \dfrac{x^2+1-(x+2)}{x}$
- Oublier de modifier les signes lorsqu'on développe une parenthèse précédée d'un signe « $-$ » :
  Exemple : $2x+1-(3x+2) = 2x+1-3x+2$ est faux.
  La bonne réponse : $2x+1-(3x+2) = 2x+1-3x-2$

D'une façon générale, les erreurs de calcul sont des erreurs de signes ou de parenthèses.

IX Exercices

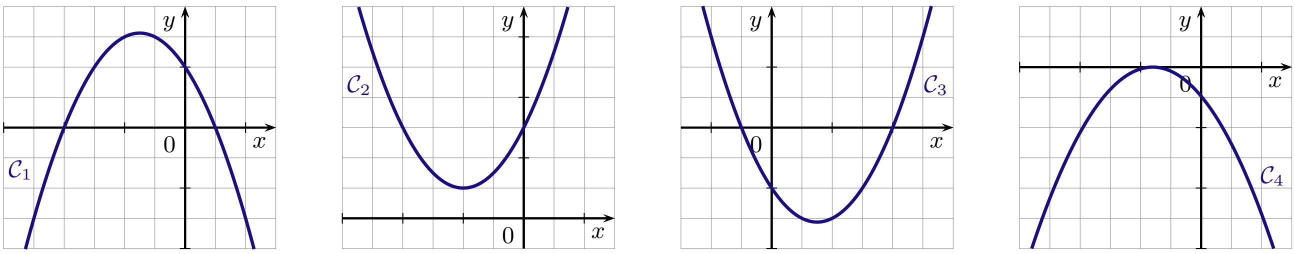
1 – second degré

Exercice 1

Rappel : Une fonction polynôme du second degré P est une fonction définie pour tout nombre réel x par :

$$P(x) = ax^2 + bx + c \text{ avec } a \neq 0.$$

1. Soit f une fonction polynôme du second degré telle que le maximum de la fonction f soit égal à 0. Parmi les propositions suivantes quelles sont celles qui sont exactes ?
   (a) $a > 0$ et $\Delta < 0$.
   (b) $a < 0$ et $\Delta = 0$.
   (c) $a < 0$ et $\Delta < 0$.
   (d) La courbe représentatve de la fonction f coupe l'axe des abscisses en deux points.
   (e) L'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution.
2. Les 4 paraboles ci-dessous, sont les courbes représentatives de quatre fonctions polynôme du second degré f_1, f_2, f_3 et f_4 .



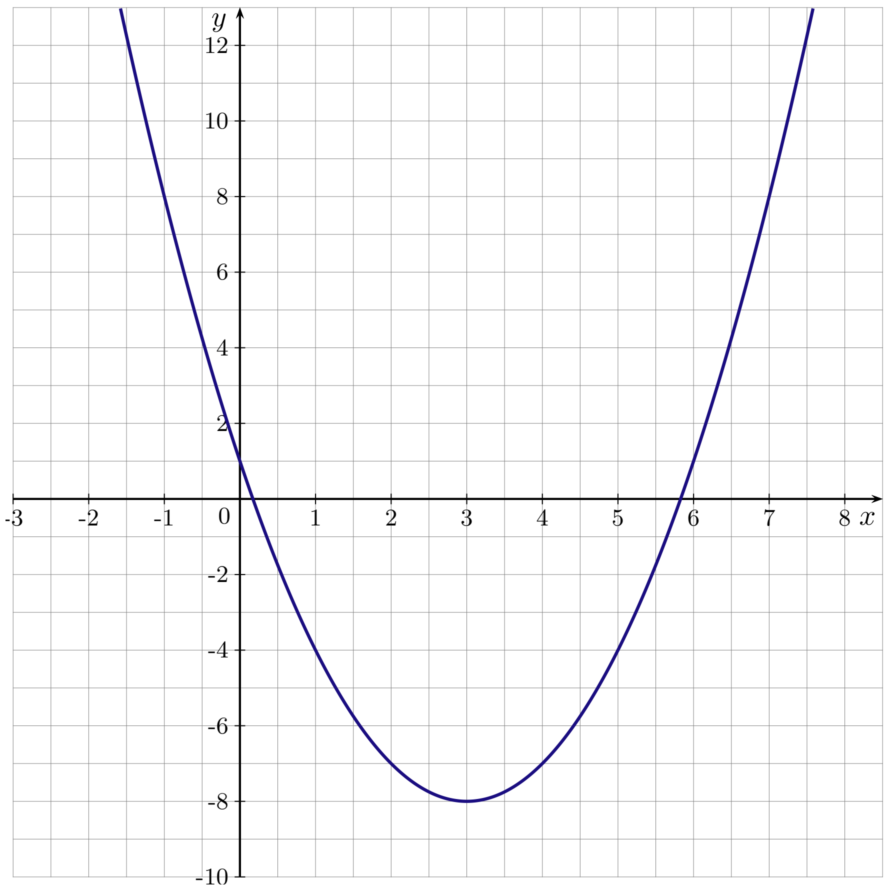
   À partir des informations données sur le signe de a et sur le discriminant, associer à chaque fonction sa courbe représentative :
   f_1 : $a > 0$ et $\Delta < 0$; f_2 : $a > 0$ et $\Delta > 0$; f_3 : $a < 0$ et $\Delta = 0$; f_4 : $a < 0$ et $\Delta > 0$.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 1$. On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal. La parabole C_f est tracée en annexe ci-dessous.

1. Étudier les variations de la fonction f.
2. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la parabole C_f avec l'axe des abscisses.
3. Soit g la fonction affine telle que $g(-2) = 10$ et $g(6) = -6$.
   (a) Déterminer l'expression de g en fonction de x.
   (b) Tracer la courbe D représentative de la fonction g dans le repère orthogonal donné en annexe.
4. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$. En déduire les positions relatives des courbes C_f et D.

annexe



Exercice 3

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Sa courbe représentative dans un repère orthonormal est une parabole passant les points : $A\,(-2;7)$, $B\,(0;1)$ et $C\,(2;-1)$.

1. À l'aide d'un système d'équations, déterminer les réels a, b, et c, et en déduire l'équation de la parabole.
2. On note $\mathcal{P}$ la parabole d'équation : $y = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.
   Calculer les coordonnées de ses points d'intersection avec l'axe des abscisses.

Exercice 4

Une entreprise fabrique un produit « Bêta ». La production mensuelle ne peut pas dépasser 15 000 articles.

Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $]0;15]$ par :

$$C(x) = 0{,}5x^2 + 0{,}6x + 8{,}16$$

La représentation graphique Γ de la fonction coût total est donnée dans l'annexe ci-dessous à rendre avec la copie.

On admet que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 8 €.

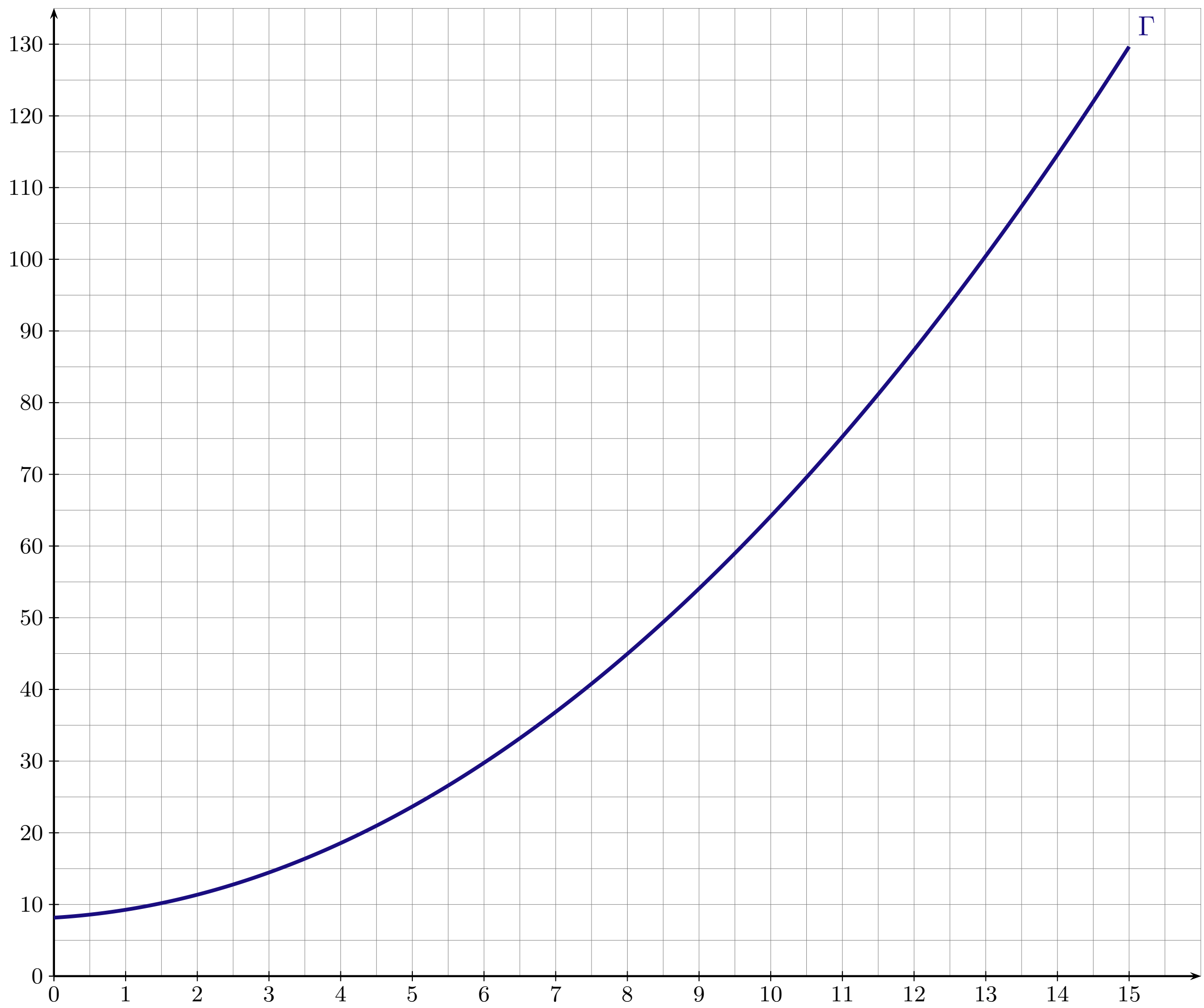
1. Qu'est ce qui est plus avantageux pour l'entreprise fabriquer et vendre 4 000 articles ou fabriquer et vendre 12 000 articles ?
2. On désigne par $R(x)$ le montant en milliers d'euros de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles du produit « Bêta ». On a donc $R(x) = 8x$.
   (a) Tracer dans le repère donné en annexe la courbe $\mathcal{D}$ représentative de la fonction recette.
   (b) Par lecture graphique déterminer :

— l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif ;

— la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

3. On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.
   (a) Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x) = -0{,}5x^2 + 7{,}4x - 8{,}16$ avec $x \in]0; 15]$.
   (b) Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (positif).
   (c) Étudier les variations de la fonction B sur $]0; 15]$.
   En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?

annexe



2 – Pourcentages

Exercice 5

1. En 2004, la population active française comptait 27455000 individus, dont 12680000 femmes. Quel pourcentage de la population active représentaient les femmes ?
2. 28 % de la surface du territoire français, ce qui représente environ 154 000 km2, est constitué de terrain boisé (forêts, etc.). Quelle est la surface totale du territoire français ?

3. Lors de l'achat d'un article coûtant 1625 €, je dois verser un acompte de 130 €. Quel pourcentage de la somme totale cet acompte représente-t-il ?
4. Lors de l'achat d'un autre article, je dois verser un acompte de 15 %, et il me restera alors à débourser 1700 *e*. Quel est le prix de cet article ?
5. Une personne passe une petite annonce dans un journal diffusé dans 18 % des foyers d'un département. Elle passe aussi cette annonce dans un autre journal diffusé, lui, dans 25 % des foyers du département. Cette personne peut-elle espérer que son annonce touche 43 % des foyers du département ? Pourquoi ?
6. Dans une classe il y a 46,875 % de filles. 40 % des filles soit 6 élèves étudient une troisième langue. Quel est l'effectif de cette classe ?

Exercice 6

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production d'électricité en France (source INSEE)

année	2002	2003
Production totale d'électricité (en TWh)	535,029	542,315
Part en % de la production thermique nucléaire	77,85 %	77,57 %

Y a-t-il une baisse de la production d'électricité thermique nucléaire en 2003 par rapport à 2002 ?

Exercice 7

Le tableau suivant donne, en million d'euros l'évolution du PIB en France. La dépense intérieure d'éducation,

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
PIB (en million d'euros)	1 441 372	1 497 184	1 548 555	1 594 814	1 659 020	1 710 024

Table 1 – Source INSEE

en pourcentage du PIB, était de 7,1 % du PIB en 2003 et de 6,9 % du PIB en 2005.

1. La dépense intérieure d'éducation a-t-elle baissée entre 2003 et 2005 ?
2. Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'évolution du montant de la dépense intérieure d'éducation entre 2003 et 2005.

Exercice 8

Les écoles primaires d'une ville ont effectué un bilan de santé auprès de leurs 1700 élèves.

Une partie de ce bilan de santé avait pour objectif de diagnostiquer les enfants atteints d'asthme et de détecter ceux qui présentaient des symptômes asthmatiques.

- Parmi les 900 filles de ces écoles, 6 % étaient asthmatiques.
- De plus, 5 % des filles et 8 % des garçons présentaient des symptômes asthmatiques.
- Enfin, 88 % des élèves ne présentaient aucun trouble en rapport avec cette maladie.

Parmi les garçons de ces écoles quel est le pourcentage d'enfants asthmatiques ?
On pourra s'aider du tableau suivant :

	Filles	Garçons	Total
Asthmatiques			
Symptômes asthmatiques			
Aucun trouble			
Total			1700

Exercice 9

1. Après une hausse de 6,25 % le prix d'un article est de 272 €. Quel était le prix de cet article avant la hausse ?
2. Après une baisse de 5,6 % le prix d'un article est de 236 €. Quel était le prix de cet article avant la baisse ?
3. Quel est le pourcentage d'évolution d'un article qui baisse successivement de 5 % puis de 6 % ?
4. Après une augmentation de 28 % sur le prix d'un objet, quel devra être le taux de la remise pour retrouver le prix de initial ?

5. Le cours d'une action a baissé de 4,8 %. Quel devra être le taux d'augmentation pour retrouver le cours initial de cette action ?
6. Après deux augmentations successives de 5 % le prix d'un objet est de 48,51 €. Quel était le prix initial de cet objet ?

Exercice 10

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 19 % en deux ans. On suppose que le pourcentage de baisse est le même chaque année.

1. Vérifier que ce pourcentage de baisse annuel est différent de 9,5 %.
2. Calculer le pourcentage de baisse annuel ?

3 – Indices

Exercice 11

On veut connaître l'évolution du PIB par habitant en France depuis 1 990 qui servira d'année de référence. On dispose du tableau suivant qu'on complètera au fur et à mesure par les réponses aux questions :

Année	1 990	1 991	1 992	1 993	1 994	1 995	1 996	1 997	1 998	1 999
PIB (en $)	1 195	1 201	1 322	1 250	1 331	1 535	1 554	1 406	1 447	1 432
Indice										

1. Calculer l'indice des années 1 991, 1 995, 1 996 et 1 999 (arrondis à 0,1).
2. En déduire le pourcentage d'évolution du PIB par habitant entre :
   — 1 990 et 1 991 ; — 1 990 et 1 995 ; — 1 990 et 1 999 ;
3. Quel est le pourcentage d'évolution du PIB par habitant entre 1 994 et 1 999 ?
4. Quelle est l'unité de l'indice ?

Exercice 12

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice des prix à la consommation en France entre 1 998 et 2 004 en prenant pour année de base l'année 1 998 (indice 100) (*source : INSEE*) :

Année	1 998	1 999	2 000	2 001	2 002	2 003	2 004
Indice	100	100,5	102	103,5	105,6	107,6	109,3

1. Donner l'évolution globale des prix consommés par les ménages entre :
   — 1 998 et 1 999 ? — 1 998 et 2 004 ? — 2 000 et 2 004 ?
   — 1 998 et 2 001 ? — 2 000 et 2 002 ?
2. Reconstruire un tableau donnant l'évolution de l'indice des prix entre 2 000 et 2 004, en prenant 2 000 comme année de référence (indice 100).

4 – Probabilités

Exercice 13

Un QCM (questionnaire à choix multiples) comporte cinq questions indépendantes et, pour chaque question, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Un élève répond au hasard à ce QCM.

1. On nomme X la variable aléatoire comptant le nombre de réponses exactes obtenues par cet élève. Donner la loi de probabilité de X ainsi que son espérance mathématique.
2. Calculer la probabilité que cet élève obtienne exactement deux réponses exactes.
3. Calculer la probabilité que cet élève obtienne au moins quatre réponses exactes.

Exercice 14

Une machine produit des pièces, dont certaines sont défectueuses à cause de deux défauts possibles, le défaut A et le défaut B, à l'exclusion de tout autre défaut.

On a constaté que, parmi les pièces produites par la machine, 28% ont le défaut A, 37% ont le défaut B, et 10% ont les deux défauts.

On choisit au hasard une des pièces produites par la machine. On note :

— A l'évènement : « La pièce a le défaut A » ;
— B l'évènement : « La pièce a le défaut B ».

1. Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse ?
2. Traduire par une phrase l'évènement $A \cap \overline{B}$. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap \overline{B}$?
3. Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce qui a seulement le défaut B ?
4. Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse qui n'a qu'un seul défaut ?

5 – Dérivation

Exercice 15

Soit $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$ définie sur $\mathbb{R}$.

1. Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
2. En déduire les variations de f.
3. Dresser le tableau des variations de f en y indiquant le signe de la fonction dérivée.
4. Montrer que f admet un extremum.

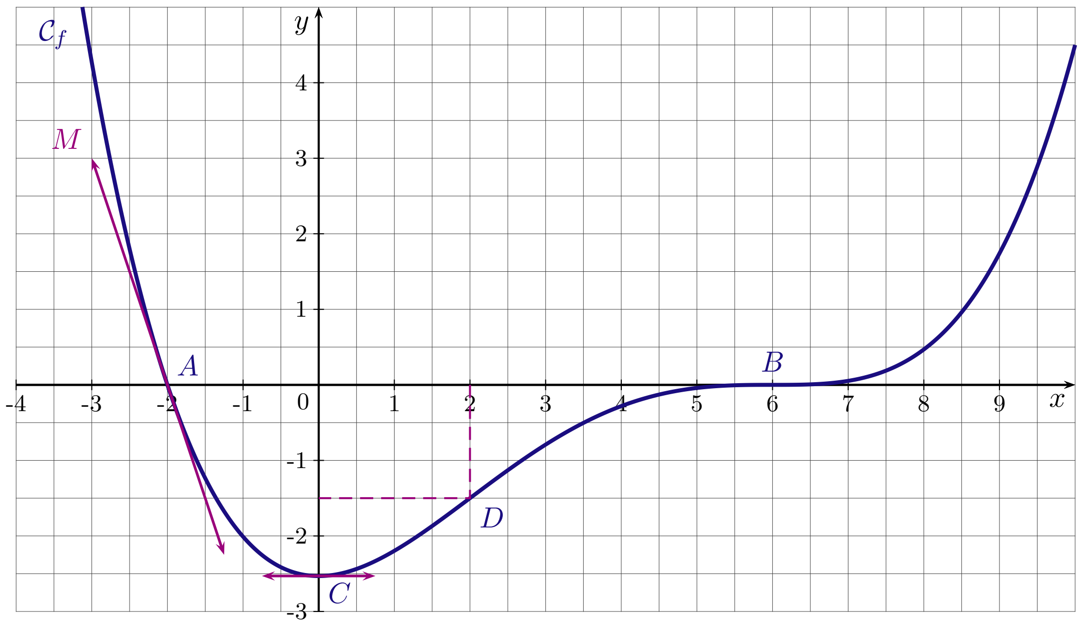
Exercice 16

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$

1. Calculer la dérivée f' de f. Étudier son signe. Dresser le tableau des variations de f en précisant les éventuels extremums.
2. Tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[-1; 3]$.
3. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses.

Exercice 17

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ représentant la fonction f.
La courbe $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point $A(-2; 0)$ et lui est tangente au point B d'abscisse 6.
La tangente à la courbe au point A passe par le point $M(-3; 3)$.
La courbe $\mathcal{C}_f$ admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0.



À partir du graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes.

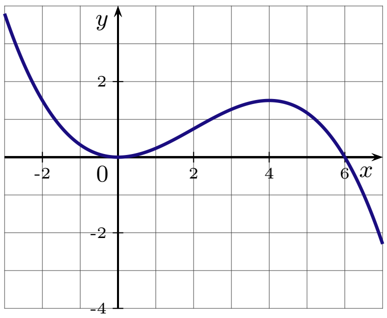
1. Dresser sans justification le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Les réponses aux questions suivantes devront être justifiées.

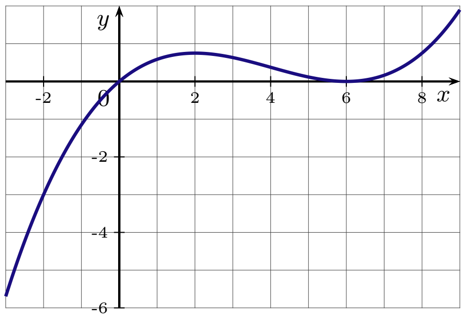
2. (a) Déterminer $f'(0)$.

(b) Déterminer les solutions de l'équation $f'(x) = 0$.

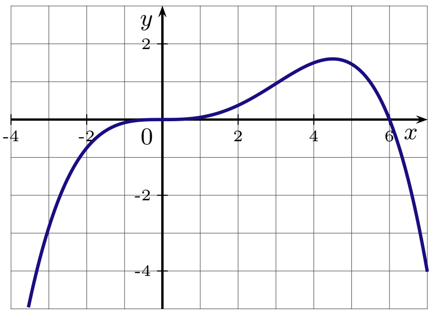
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A. En déduire la valeur de $f'(-2)$.
4. On donne $f'(2) = \dfrac{3}{4}$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point D avec l'axe des abscisses.
5. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



Courbe $\mathcal{C}_1$



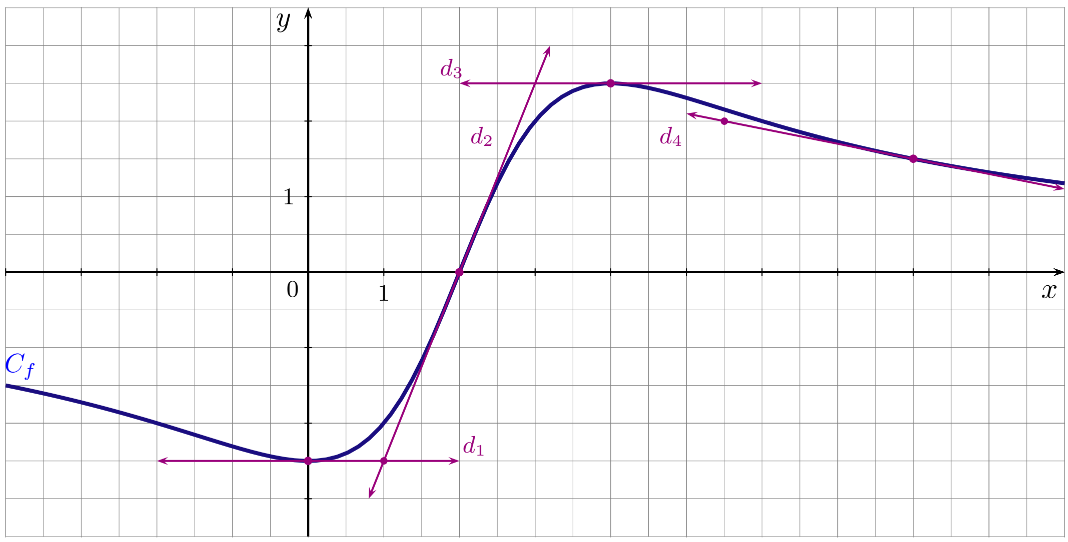
Courbe $\mathcal{C}_2$



Courbe $\mathcal{C}_3$

Exercice 18

Sur la figure ci-dessous les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 sont tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f(8)$.
2. Déterminer graphiquement les nombres dérivés $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(4)$ et $f'(8)$.
3. En déduire les équations réduites des tangentes d_1, d_2, d_3 et d_4.

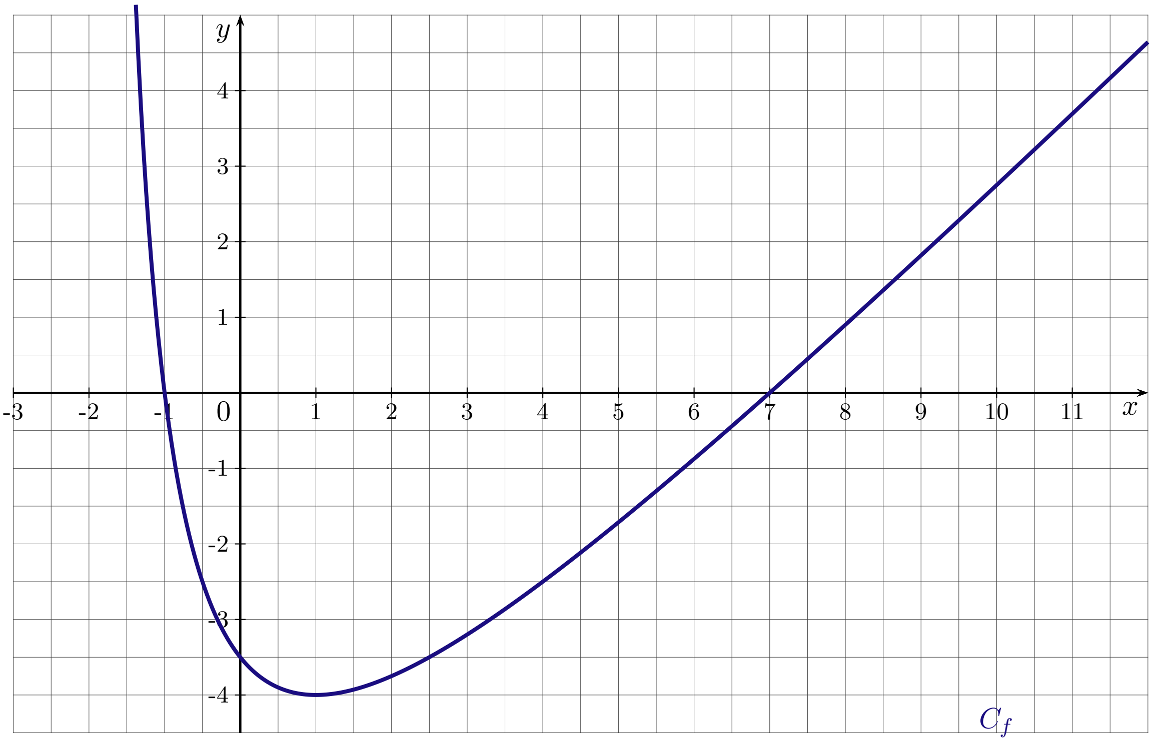
Exercice 19

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Calculer la dérivée $f'(x)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + x - 5$
2. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 3x^2 - \dfrac{3}{x} + 1$
3. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} - x$
4. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$
5. g est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = (x + 1)\sqrt{x}$
6. h est la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $h(x) = \dfrac{2}{x^2 - 1}$

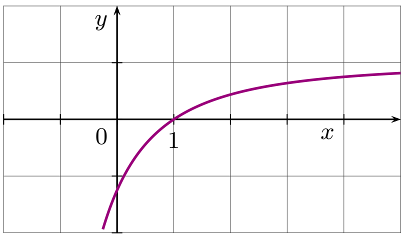
Exercice 20

On a tracé ci-dessous, la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur l'intervalle $]-2;+\infty[$. On note f' la dérivée de la fonction f.

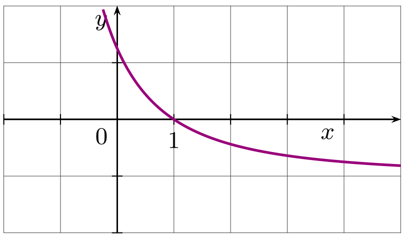


partie a

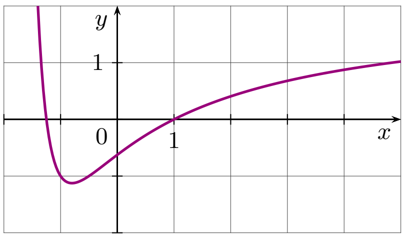
1. Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(1)$ et de $f'(1)$
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

partie b

La fonction f est définie sur l'intervalle $]-2;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2-6x-7}{x+2}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Donner le tableau complet des variations de f.

6 – Suites

Exercice 21

Pour chacune des suites données ci-dessous :

— $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

— $v_n = 5 - 2n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

— $w_n = (n+1)^2 - n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

— $x_n = \frac{3^n}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

— $y_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. Calculer les trois premiers termes.
2. La suite est-elle géométrique ? arithmétique ?
3. Si elle est arithmétique ou géométrique calculer le terme de rang 100.

Exercice 22

Les suites (u_n) de cet exercice sont arithmétiques.

1. La suite (u_n) est de raison $r = 8$. On sait que $u_{100} = 650$. Que vaut u_0 ?
2. La suite (u_n) est de raison r. On sait que $u_{50} = 406$ et $u_{100} = 806$. Déterminer r et u_0.

Exercice 23

On considère une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = -2$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Calculer u_{20}.

Exercice 24

Les suites (u_n) de cet exercice sont géométriques.

1. La suite (u_n) est de raison $q = \frac{1}{2}$. On sait que $u_8 = -1$. Que vaut u_0 ?
2. La suite (u_n) est de raison q. On sait que $u_4 = 10$ et $u_6 = 20$. Déterminer q et u_0.