

TRAVAIL MATHS 6^{ème} Semaines 3 & 4

Pour cette nouvelle période de confinement, nous allons étudier un nouveau chapitre.

Périmètre d'une figure

Voici le travail à faire à répartir sur les deux semaines à venir (environ 2 ou 3 exercices par jour) :

1 : Regarder les formules et les exemples proposés en pages 1 et 2.

2 : Faire les exercices d'application des pages 2 et 3 puis s'autocorriger avec la page 4.

3 : Lorsque vous constatez que vous n'avez pas su faire un exercice même en regardant la correction, essayez de le refaire ultérieurement et corrigez-vous de nouveau.

Bon courage et n'hésitez pas à contacter votre professeur en cas de questions via Pronote.

Cours :

Périmètre d'une figure

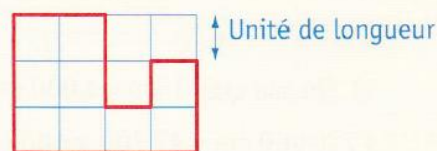
a) Cas général

Définition

La longueur du contour d'une figure s'appelle son **périmètre**.

■ EXEMPLE :

Le périmètre de la figure rouge est 16 unités de longueur.



b) Polygone

Propriété

Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs de ses côtés.

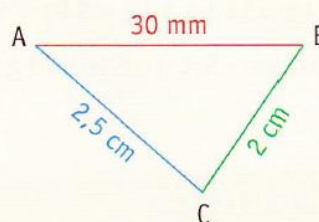
■ **Remarque** : Pour calculer un périmètre, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

■ EXEMPLE :

$$AB + BC + AC = 30 \text{ mm} + 2 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm}$$

$$AB + BC + AC = 3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}.$$

Le périmètre du triangle ABC est 7,5 cm.



	Rectangle	Losange	Carré
Figure			
Périmètre	$\mathcal{P} = L + l + L + l$ $\mathcal{P} = L \times 2 + l \times 2$ $\mathcal{P} = (L + l) \times 2$	$\mathcal{P} = c + c + c + c$ $\mathcal{P} = c \times 4$	

■ **EXEMPLE** : Périmètre d'un rectangle de longueur 3,5 cm et de largeur 1,5 cm :

$$\mathcal{P} = (L + l) \times 2 = (3,5 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm}) \times 2 = 5 \text{ cm} \times 2 = 10 \text{ cm}.$$

Le périmètre de ce rectangle est donc 10 cm.

c) Cercle

π est la lettre de l'alphabet grec qui correspond au **p** de l'alphabet latin. π se prononce « pi ».
En mathématiques, π désigne un nombre particulier qui permet de calculer la longueur d'un cercle.

Propriété La longueur $\mathcal{P}$ d'un cercle de diamètre D est : $\mathcal{P} = \pi \times D$.

La longueur $\mathcal{P}$ d'un cercle de rayon R est : $\mathcal{P} = \pi \times 2 \times R$.

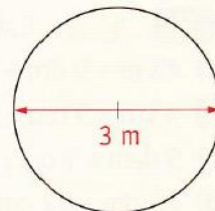
■ **EXEMPLE :** La valeur exacte en mètre de la longueur du cercle ci-dessous est : $\mathcal{P} = \pi \times D = \pi \times 3$.

■ **Remarque :** π n'est pas un nombre décimal.

Une valeur approchée de π est par exemple : $\pi \approx 3,141\,592\,653\,589$.

■ **EXEMPLE :** Une valeur approchée de la longueur du cercle ci-contre est :

$$\mathcal{P} \approx 9,424\,5\text{ m}$$



Application

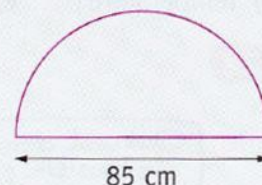
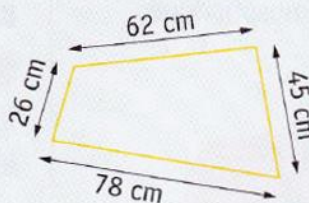
Énoncé :

Narcisse veut encadrer deux miroirs pour la chambre de ses enfants.

1) Calculer le périmètre du miroir ayant la forme d'un quadrilatère.

2) Le second miroir a la forme d'un demi-disque.

Déterminer une valeur approchée au centième du périmètre de ce miroir.



Solution :

1) Le premier miroir est un quadrilatère. Son périmètre $\mathcal{P}_1$ est la somme des longueurs de ses côtés :

$$\mathcal{P}_1 = 26\text{ cm} + 62\text{ cm} + 45\text{ cm} + 78\text{ cm} = 211\text{ cm}$$

Le périmètre du premier miroir est donc 211 cm.

2) Le contour du demi-disque se compose d'un demi-cercle et d'un diamètre.

• Longueur $\mathcal{P}$ du demi-cercle en cm :

$$\mathcal{P} = (\pi \times D) : 2 = (\pi \times 85) : 2$$

En utilisant la touche π de la calculatrice, on obtient : $\mathcal{P} \approx 133,52\text{ cm}$.

• Longueur $\mathcal{P}_2$ du demi-disque en cm :

$$\mathcal{P}_2 \approx 133,52 + 85 \approx 218,52\text{ cm}$$

Le périmètre du second miroir est environ 218,52 cm.



Attention : $\pi \neq 3,14$.

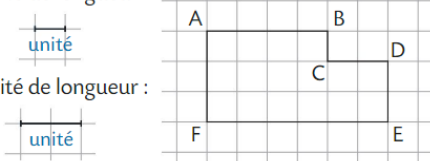
On obtiendrait $\mathcal{P} \approx 133,45\text{ cm}$.

EXERCICES Je m'entraîne

Ex 1 :

Mesurer le périmètre de la figure ci-dessous dans les deux cas suivants.

a. Unité de longueur :

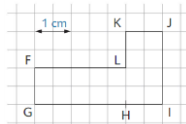
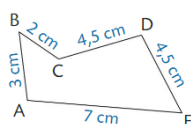


b. Unité de longueur :



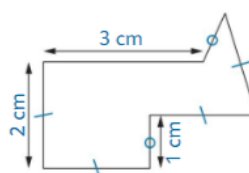
Ex 2 :

Calculer le périmètre, en cm, des figures suivantes.



Ex 3 :

Calculer le périmètre du polygone suivant.



Ex 4 :

Calculer le périmètre, en cm, des figures suivantes.

a. ABCD est un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 1,4 cm.

b. EGFH est un losange de 2,5 cm de côté.

c. IJK est un triangle isocèle en K tel que KI = 2,3 cm et IJ = 4 cm.

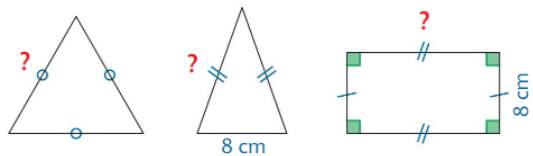
Ex 5 :

Calculer le périmètre, en cm, des figures suivantes.

- Un rectangle de largeur 5 cm et de longueur 10 cm.
- Un carré de 4 m de côté.
- Un cercle de rayon 50 cm.
- Un triangle équilatéral de côté 2 cm.

Ex 6 :

Calculer les dimensions inconnues sachant que les figures suivantes ont toutes pour périmètre 45 cm.



Ex 7 :

En Russie

Le sol de la place Rouge à Moscou peut être assimilé à un rectangle dont le périmètre mesure 896 mètres. Sachant que sa longueur mesure 288 m, pouvez-vous trouver sa largeur ?



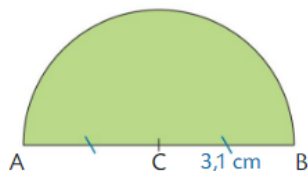
Ex 8 :

Calculer le périmètre des cercles suivants.

- Rayon 5 cm.
- Diamètre 8 m.

Ex 9 :

Calculer le périmètre, en cm, de la figure suivante dans laquelle les points A, B et C sont alignés. Donner un arrondi au millimètre.

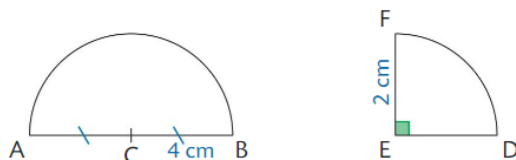


Ex 10 :

Calculer un arrondi au dixième du périmètre des figures suivantes, exprimé en cm.

- Les points A, B et C sont alignés.

b.



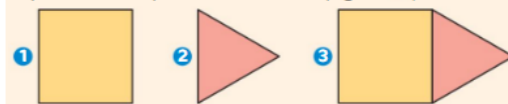
Ex 11 :

Calculer le périmètre, en cm, de la figure ci-dessous.



Ex 12 :

La figure 3 est composée d'un carré de périmètre 16 cm (figure 1) et d'un triangle équilatéral de périmètre 12 cm (figure 2).

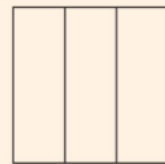


Calculer le périmètre de la figure 3.

Ex 13 :

CALCULER Un terrain carré

a un périmètre de 120 mètres. On le divise en trois rectangles identiques. Quel est le périmètre de chaque rectangle ?



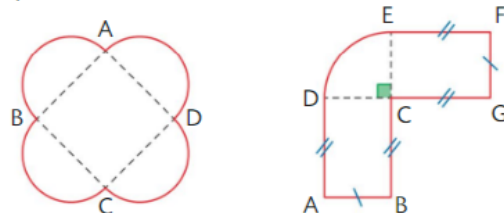
Ex 14 :

RAISONNER Calculer le périmètre des figures

rouges suivantes, en arrondissant au mm.

- ABCD est un carré de côté 8 cm.
- FG = 4 cm ; CB = 6 cm.

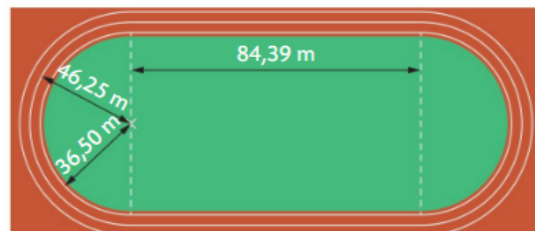
La figure est composée de quatre demi-cercles.



Ex 15 :

EPS Athlétisme

Voici le plan d'une piste d'athlétisme.



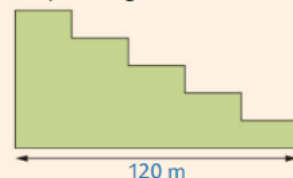
1. Calculer la distance parcourue en un tour complet par un coureur utilisant :

- le couloir intérieur ;
- le couloir extérieur.

2. Comment faire pour que la course soit équitable ?

Ex 16 :

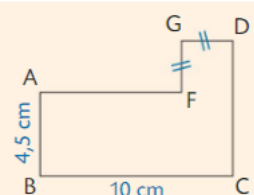
Un escalier dont les marches sont identiques est représenté par la figure verte ci-dessous.



Sachant que le périmètre de cette figure est 360 cm, déterminer la hauteur de chaque marche.

Ex 17 :

Le périmètre du polygone ABCDGF ci-contre est 35 cm. Déterminer son aire.



CORRECTION

Ex 1 :

a. $\mathcal{P}_{(ABCDEF)} = 18$ unités

b. $\mathcal{P}_{(ABCDEF)} = 9$ unités

Ex 2 :

Le périmètre de la figure ABCDE

est :

$$\mathcal{P} = 3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} + 4,5 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 21 \text{ cm.}$$

Le périmètre de la figure FGHJKL est :

$$\mathcal{P} = 11 \text{ cm.}$$

Ex 3 :

$$\mathcal{P} = 4 \times 2 \text{ cm} + 2 \times 1 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

Ex 4 :

a. $\mathcal{P} = 2 \times (4 \text{ cm} + 1,4 \text{ cm}) = 10,8 \text{ cm}$

b. $\mathcal{P} = 4 \times 2,5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

c. $\mathcal{P} = 2 \times 2,3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 8,6 \text{ cm}$

Ex 5 :

$$\mathcal{P} = 2 \times 5 \text{ cm} + 2 \times 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$$

$$\mathcal{P} = 4 \times 4 \text{ m} = 16 \text{ m} = 1\,600 \text{ cm}$$

$$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times 50 \text{ cm} \approx 314 \text{ cm}$$

$$\mathcal{P} = 3 \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

Ex 6 :

Les côtés du triangle équilatéral mesurent 15 cm.

Les deux côtés égaux du triangle isocèle mesurent 18,5 cm.

La longueur du rectangle mesure 14,5 cm.

Ex 7 :

$$2 \times \text{longueur} + 2 \times \text{largeur} = 896 \text{ m}$$

Comme la longueur vaut 288 m, son double vaut 576 m ; il reste 320 m pour les deux largeurs, soit 160 m de largeur.

Ex 8 :

a. $\mathcal{P} = 2 \times 5 \text{ cm} \times \pi = 10 \times \pi \text{ cm}$

$$\mathcal{P} \approx 31,4 \text{ cm}$$

b. $\mathcal{P} = 2 \times 4 \text{ cm} \times \pi = 8 \times \pi \text{ cm}$

$$\mathcal{P} \approx 25,1 \text{ cm}$$

Ex 9 :

$$\mathcal{P} = (2 \times 3,1 \text{ cm} \times \pi) \div 2 + (2 \times 3,1 \text{ cm})$$

$$\mathcal{P} = (3,1 \times \pi \text{ cm}) + 6,2 \text{ cm}$$

$$\mathcal{P} \approx 15,9 \text{ cm}$$

Ex 10 :

a. $\mathcal{P} = (2 \times 4 \text{ cm} \times \pi) \div 2 + 2 \times 4 \text{ cm}$

$$\mathcal{P} = (4 \times \pi + 8) \text{ cm, d'où } \mathcal{P} \approx 20,6 \text{ cm}$$

b. $\mathcal{P} = (2 \times 2 \text{ cm} \times \pi) \div 4 + 2 \times 2 \text{ cm}$

$$\mathcal{P} = (\pi + 4) \text{ cm, d'où } \mathcal{P} \approx 7,1 \text{ cm}$$

Ex 11 :

$$\mathcal{P}_{\text{demi-cercle}} = \frac{2 \times \pi \times \text{rayon}}{2} \quad \textcircled{1}$$

$$\mathcal{P}_{\text{demi-cercle}} = \frac{2 \times \pi \times 2 \text{ cm}}{2}$$

$$\mathcal{P}_{\text{demi-cercle}} \approx 6,3 \text{ cm}$$

Le périmètre de la figure est donc : $\textcircled{2}$

$$\mathcal{P} \approx 6 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 6,3 \text{ cm}$$

$$\mathcal{P} \approx 26,3 \text{ cm}$$

Ex 12 :

La longueur du côté du carré est :

$$16 \text{ cm} \div 4 = 4 \text{ cm}$$

La longueur du triangle équilatéral est :

$$12 \text{ cm} \div 3 = 4 \text{ cm}$$

Donc le périmètre de la figure $\textcircled{3}$ est :

$$4 \text{ cm} \times 5 = 20 \text{ cm}$$

Ex 13 :

La longueur du côté du carré est :

$$120 \text{ m} \div 4 = 30 \text{ m}$$

Un rectangle a pour longueur 30 m et pour largeur 10 m ($30 \text{ m} \div 3$).

Donc son périmètre est :

$$2 \times (30 \text{ m} + 10 \text{ m}) = 80 \text{ m.}$$

Ex 14 :

a. $\mathcal{P} = 2 \times (2 \times 4 \text{ cm} \times \pi) = 16 \times \pi$,

d'où $\mathcal{P} \approx 50,3 \text{ cm}$.

b. $\mathcal{P} = (2 \times 4 \text{ cm} \times \pi) \div 4 + 2 \times 4 \text{ cm} + 4 \times 6 \text{ cm}$

$$\mathcal{P} = 2\pi + 32 \text{ cm, d'où } \mathcal{P} \approx 38,3 \text{ cm.}$$

Ex 15 :

1. a. $D_1 = 2 \times 84,39 \text{ m} + 2 \times 36,5 \times \pi$.

$$D_1 \approx 398 \text{ m}$$

b. $D_2 = 2 \times 84,39 \text{ m} + 2 \times 46,25 \times \pi$.

$$D_2 \approx 459,4 \text{ m}$$

Pour que la course soit équitable, les coureurs partent avec un décalage dans les couloirs.

Ex 16 :

Le périmètre de l'escalier est le

même que celui du rectangle de longueur

120 cm et de largeur ℓ . D'où

$$2 \times 120 \text{ cm} + 2 \times \ell = 360 \text{ cm}$$

$$2 \times \ell = 120 \text{ cm et donc } \ell = 60 \text{ cm.}$$

Les cinq marches ont une hauteur de 60 cm.

$$60 \text{ m} \div 5 = 12 \text{ cm}$$

Une marche a une hauteur de 12 cm.

Ex 17 :

Le périmètre du polygone ABCDGF

est le même que celui du rectangle de

longueur 10 cm et de largeur (4,5 cm + GF).

D'où

$$2 \times 10 \text{ cm} + 2 \times (4,5 \text{ cm} + \text{GF}) = 35 \text{ cm}$$

$$2 \times (4,5 \text{ cm} + \text{GF}) = 15 \text{ cm}$$

$$4,5 \text{ cm} + \text{GF} = 7,5 \text{ cm et GF} = 3 \text{ cm.}$$

L'aire du polygone est la somme de l'aire du carré de côté 3 cm et de l'aire du rectangle de dimensions 10 cm et 4,5 cm.

$$\mathcal{A} = (3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}) + (10 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm}) = 54 \text{ cm}^2$$