

TRAVAIL MATHS 4^{ème} Semaines 3 & 4

Pour cette nouvelle période de confinement, nous allons continuer le calcul littéral.

Calcul littéral / Distributivité

Voici le travail à faire à répartir sur les deux semaines à venir (environ 2 ou 3 exercices par jour) :

1 : Regarder les formules et les exemples proposés en pages 1 et 2.

2 : Faire les exercices d'application de la page 3 et s'autocorriger avec la page 4.

3 : Lorsque vous constatez que vous n'avez pas su faire un exercice même en regardant la correction, essayez de le refaire ultérieurement et corrigez-vous de nouveau.

Bon courage et n'hésitez pas à contacter votre professeur en cas de questions via Pronote.

Cours :

Simplification d'écriture pour le produit

DÉFINITION Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

■ **EXEMPLE :** Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ peut s'écrire $2 \times (L + \ell)$.

RÈGLE On peut supprimer le signe $\times$:

- devant une lettre ;
- devant une parenthèse.

■ **EXEMPLES :**

- $(-5) \times (-3) \times a = 15 \times a = 15a$
- $(-4) \times (5 - z) = -4(5 - z)$

■ **Remarque :** Le produit $(-5) \times 4$ est égal à -20 , il ne peut donc pas s'écrire -54 !

NOTATIONS a désigne un nombre relatif.

- $a \times a$ se note a^2 et se lit « a au carré » ou « a exposant 2 ».
- $a \times a \times a$ se note a^3 et se lit « a au cube » ou « a exposant 3 ».

■ **EXEMPLES :** • $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$ • Le volume d'un cube d'arête c est c^3 .

Autres produits : $3 \times 5x = 3 \times 5 \times x = 15x$

$$2x \times 7y = 2 \times 7 \times x \times y = 14xy$$

$$4x \times 3x = 4 \times 3 \times x \times x = 12x^2$$

$$2x \times 5x^2 = 2 \times 5 \times x \times x^2 = 10x^3$$

$$-2x \times 3y = -2 \times 3 \times x \times y = -6xy$$

$$-5x \times (-7x) = -5 \times (-7) \times x \times x = +35x^2$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Suppression des parenthèses précédées d'un signe + et d'un signe -

PROPRIÉTÉ Ajouter une somme algébrique revient à **ajouter** chacun de ses termes.

a , b et c désignent des nombres relatifs. On a : $a + (b + c) = a + b + c$.

EXEMPLES :

- $2 + (x + 3y) = 2 + x + 3y$
- $a + (7 - 2b) = a + 7 - 2b$
- $s + (-t + r - 4) = s - t + r - 4$

PROPRIÉTÉ Soustraire une somme algébrique revient à **ajouter l'opposé** de chacun de ses termes.

a , b et c désignent des nombres relatifs. On a : $a - (b + c) = a - b - c$.

EXEMPLES :

- $5 - (2x + y) = 5 - 2x - y$
- $b - (3 - 4a) = b - 3 + 4a$
- $r - (-s + t - 7) = r + s - t + 7$



POINT DE REPÈRE

- On peut supprimer un couple de parenthèses précédé d'un signe **+** en supprimant ce signe **+** et sans changer les signes des termes à l'intérieur des parenthèses.
- On peut supprimer un couple de parenthèses précédé d'un signe **-** en supprimant ce signe **-** et en changeant tous les signes des termes à l'intérieur des parenthèses.

Développement d'une expression littérale (distributivité simple)

PROPRIÉTÉ k , a et b désignent des nombres relatifs.
Quand on transforme un produit en une somme algébrique, on dit que l'on **développe**.

Produit	Somme algébrique
$k(a + b)$	$= ka + kb$

EXEMPLES :

- Développer $A = -3(5 + 2t)$.
 $A = -3(5 + 2t)$
 $A = (-3) \times 5 + (-3) \times 2t$
 $A = -15 + (-6t)$
 $A = -15 - 6t$
- Développer $B = 5(x - 7)$.
 $B = 5[x + (-7)]$
 $B = 5 \times x + 5 \times (-7)$
 $B = 5x + (-35)$
 $B = 5x - 35$

Double distributivité

PROPRIÉTÉ a , b , c et d désignent des nombres relatifs. On a : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

EXEMPLES :

- Développer $G = (x + 2)(3 - y)$.
 $G = x \times 3 + x \times (-y) + 2 \times 3 + 2 \times (-y)$
 $G = 3x - xy + 6 - 2y$
- Développer $H = (a - 5)(b + 4)$.
 $H = a \times b + a \times 4 + (-5) \times b + (-5) \times 4$
 $H = ab + 4a - 5b - 20$

Partie 1 : Je simplifie des écritures

▼ Pour les exercices de 47 à 50, simplifier, si possible, l'écriture des expressions données.

47 a. $17 \times c$ b. $13 + y$
c. $t \times 12$ d. $z \times (z - 7)$
e. $3 \times a \times (a + 6)$ f. $b \times (2 \times b - 3) \times 6$

48 a. $15 + c + 8$ b. $6 \times y \times 7$
c. $5t \times 12$ d. $n + n + 1 + n + 2$
e. $20 + 3a$ f. $b \times 4 \times 2b \times 5$

49 a. $4 \times 5x$ b. $3a \times 7$ c. $8 + 2x$
d. $1 \times y + 12$ e. $9,1 t \times 0$ f. $6b \times 3b$
g. $8x + 4x$ h. $z^2 + z + y$ i. $3x \times 3x$

50 a. $1x - 4$ b. $5 \times 2a$ c. $2 + x + 3 + x$
d. $1,5 \times y \times 3$ e. $9t - 7t$ f. $7t \times 9t$
g. $8x + 4x$ h. $2b^2 + 3b$ i. $5x + 2 \times 3 + x$

Partie 3 : J'utilise la distributivité simple

35 Recopier et relier chaque expression à son écriture développée et réduite.

$4(n + 5)$	•	$5n + 20$
$5(4 - n)$	•	$4n - 20$
$(n - 5) \times 4$	•	$20 - 5n$
$(n + 4) \times 5$	•	$4n + 20$

9 Lire chaque égalité en complétant les pointillés.

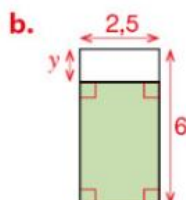
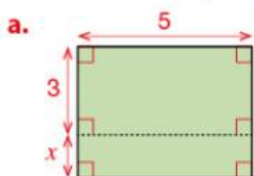
a. $4 \times (n + 3) = 4 \times \dots + 4 \times \dots = \dots + \dots$
b. $6(3 - x) = 6 \times \dots - 6 \times \dots = \dots - \dots$
c. $2(5y + 7) = 2 \times \dots + \dots \times 7 = \dots + \dots$
d. $x(x + 2) = x \times \dots + x \times \dots = \dots + \dots$
e. $3x(x + 4) = 3x \times \dots + 3x \times \dots = \dots + \dots$
f. $2x(3 - x) = 2x \times \dots - \dots \times x = \dots - \dots$

Pour les exercices 40 et 41, dans chaque cas, développer et réduire.

40 $A = -5(x + 4)$ $B = -3(x - 2)$ $C = -4(5x - 1)$

41 $D = -x(2 - 4x)$ $E = -2x(x - 3)$ $F = 7x(3x - 5)$

31 Dans chaque cas, donner l'aire du rectangle coloré en vert sous forme d'un produit et sous forme d'une somme algébrique.



Partie 2 : Je supprime des parenthèses

48 Supprimer les parenthèses.

a. $-5 + (-a + 2b)$; b. $9 - (-x + 3y)$;
c. $-a - (-5 + b - c)$; d. $9 + (-x^2 - x + y)$.

49 Supprimer les parenthèses.

a. $7a + (-5 + 2b - c)$; b. $-5 - (-x^2 + 4x)$;
c. $b - (-a + 6c - 5)$; d. $-3z + (x - y - 2)$.

50 Supprimer les parenthèses, puis réduire.

a. $4a - (-5 + a)$; b. $-1 + (-3x + 4)$;
c. $-3b + 4 + (-b - 5)$; d. $5 - 2y - (7 - 4y)$.

51 Supprimer les parenthèses, puis réduire.

$A = 3a + 5 - (2a + 7) + (8 - 5a)$;
 $B = -b + 4 + (3b - 2) - (8b - 5)$;
 $C = 6 - 5c + 3c - (4 - 6c) + 5 + (7 - 2c)$;
 $D = d - 1 - (3d + 4) + (5 - 4d) - (7d + 5) + 5$.

Partie 4 : J'utilise la double distributivité

59 Recopier chaque égalité en la complétant.

a. $(x + 5)(x + 3) = \dots + \dots x + \dots x + \dots$
b. $(3x + 2)(x + 4) = 3 \dots + \dots x + \dots x + \dots$
c. $(x + 3)(x - 2) = \dots - \dots x + \dots x - \dots$
d. $(x - 4)(x - 1) = \dots - \dots x - \dots x + \dots$

Pour les exercices 60 à 62, dans chaque cas, développer et réduire.

60 $A = (x + 4)(x + 5)$ $B = (x - 3)(x + 8)$

61 $C = (2y + 1)(y + 3)$ $D = (y - 5)(y - 2)$

62 $E = (4a + 3)(3a + 2)$ $F = (3 - 2a)(a + 1)$

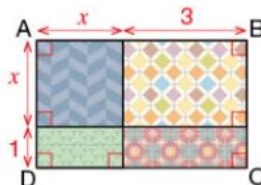
63 Gil devait développer et réduire l'expression :
 $A = (2x + 4)(x - 3)$.

Voici sa réponse. $A = 2x^2 - 2x + 12$

a. Contrôler la réponse de Gil en remplaçant x par 3 dans l'expression A donnée et dans sa réponse.
b. Si Gil s'est trompé, développer A correctement.

12 Exprimer l'aire du rectangle ABCD sous forme :

a. d'un produit,
b. d'une somme.



41 PROGRAMME DE CALCULS

Programme A	Programme B
Choisir un nombre	Choisir un nombre
Lui ajouter 5	Lui ajouter 7
Multiplier le résultat par la somme du nombre départ et de 2	Multiplier le résultat par le nombre de départ
	Ajouter 10 au résultat

Montrer que ces deux programmes donnent toujours le même résultat.

CORRECTION

Partie 1 : Je simplifie des écritures

N°47 : a. $17c$ b. $13 + y$
 c. $12t$ d. $z(z - 7)$
 e. $3a(a + 6)$ f. $6b(2b - 3)$

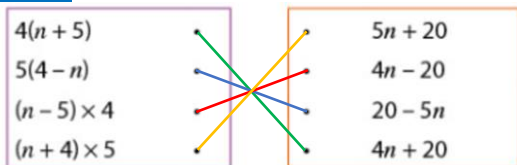
N°48 : a. $23 + c$ b. $42y$
 c. $60t$ d. $3n + 3$
 e. $20 + 3a$ f. $40b^2$

N°49 : a. $20x$ b. $21a$ c. $8 + 2x$
 d. $y + 12$ e. 0 f. $18b^2$
 g. $12x$ h. $z^2 + z + y$ i. $9x^2$

N°50 : a. $x - 4$ b. $10a$ c. $2x + 5$
 d. $4,5y$ e. $2t$ f. $63t^2$
 g. $12x$ h. $2b^2 + 3b$ i. $6x + 6$

Partie 3 : J'utilise la distributivité simple

N°35 :



N°9 :

a. $4 \times (n + 3) = 4 \times n + 4 \times 3 = 4n + 12$
 b. $6(3 - x) = 6 \times 3 - 6 \times x = 18 - 6x$
 c. $2(5y + 7) = 2 \times 5y + 2 \times 7 = 10y + 14$
 d. $x(x + 2) = x \times x + x \times 2 = x^2 + 2x$
 e. $3x(x + 4) = 3x \times x + 3x \times 4 = 3x^2 + 12x$
 f. $2x(3 - x) = 2x \times 3 - 2x \times x = 6x - 2x^2$

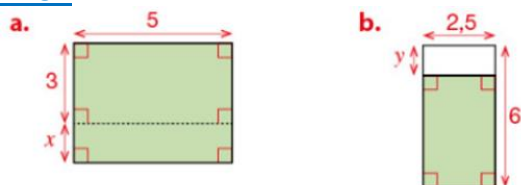
N°40 :

A. $-5(x + 4) = -5 \times x + (-5) \times 4 = -5x - 20$
 B. $-3(x - 2) = -3 \times x + (-3) \times (-2) = -3x + 6$
 C. $-4(5x - 1) = -4 \times 5x + (-4) \times (-1) = -20x + 4$

N°41 :

D. $-x(2 - 4x) = -x \times 2 + (-x) \times (-4x) = -2x + 4x^2$
 E. $-2x(x - 3) = -2x \times x + (-2x) \times (-3) = -2x^2 + 6x$
 F. $7x(3x - 5) = 7x \times 3x + 7x \times (-5) = 21x^2 - 35x$

N°31 :



a. $5 \times (x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$
 b. $2,5 \times (6 - y) = 2,5 \times 6 - 2,5 \times y = 15 - 2,5y$

Partie 2 : Je supprime des parenthèses

N°48 :

a. $-5 - a + 2b$ b. $9 + x - 3y$
 c. $-a + 5 - b + c$ d. $9 - x^2 - x + y$

N°49 :

a. $7a - 5 + 2b - c$ b. $-5 + x^2 - 4x$
 c. $b + a - 6c + 5$ d. $-3z + x - y - 2$

N°50 :

a. $4a + 5 - a = 3a + 5$ b. $-1 - 3x + 4 = -3x + 3$
 c. $-3b + 4 - b - 5 = -4b - 1$ d. $5 - 2y - 7 + 4y = 2y - 2$

N°51 :

A. $3a + 5 - 2a - 7 + 8 - 5a = -4a + 6$
 B. $-b + 4 + 3b - 2 - 8b + 5 = -6b + 7$
 C. $6 - 5c + 3c - 4 + 6c + 5 + 7 - 2c = 2c + 14$
 D. $d - 1 - 3d - 4 + 5 - 4d - 7d - 5 + 5 = -13d$

Partie 4 : J'utilise la double distributivité

N°59 :

a. $(x + 5)(x + 3) = x \times x + x \times 3 + 5 \times x + 5 \times 3 = x^2 + 3x + 5x + 15$
 b. $(3x + 2)(x + 4) = 3x^2 + 12x + 2x + 8$
 c. $(x + 3)(x - 2) = x \times x + x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2) = x^2 - 2x + 3x - 6$
 d. $(x - 4)(x - 1) = x^2 - 1x - 4x + 4$

N°60 : $\begin{cases} A = (x + 4)(x + 5) = x \times x + x \times 5 + 4 \times x + 4 \times 5 \\ A = x^2 + 5x + 4x + 20 = x^2 + 9x + 20 \\ B = (x - 3)(x + 8) = x^2 + 5x - 24 \end{cases}$

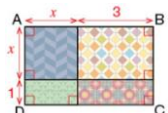
N°61 : C = $(2y + 1)(y + 3) = 2y^2 + 7y + 3$
 D = $(y - 5)(y - 2) = y^2 - 7y + 10$

N°62 : E = $(4a + 3)(3a + 2) = 12a^2 + 17a + 6$
 F = $(3 - 2a)(a + 1) = -2a^2 + 1a + 3$

N°63 : a. Pour $x = 3$, on a $A = (2 \times 3 + 4) \times (3 - 3)$ soit $A = (6 + 4) \times 0 = 0$ alors que dans l'expression de Gil on trouve $A = 2 \times 3^2 - 2 \times 3 + 12 = 24$!

b. Gil s'est trompé : $A = 2x^2 - 2x - 12$.

N°12 : a. $\mathcal{A}(ABCD) = (x + 3)(x + 1)$.
 b. $\mathcal{A}(ABCD) = x^2 + 4x + 3$.



N°41 : En prenant x comme nombre de départ, le 1^{er} programme donne l'expression :
 $A = (x + 5) \times (x + 2)$ soit en développant $A = x^2 + 7x + 10$.
 Le 2^{ème} programme donne quant à lui l'expression :
 $B = (x + 7) \times x + 10$ soit en développant $B = x^2 + 7x + 10$. Les expressions A et B sont égales. Les deux programmes donnent toujours le même résultat pour n'importe quel nombre x pris au départ.