

Pyramides & Cônes de révolution - Volumes

I Pyramides

1) Vocabulaire

Définitions Une **pyramide** est un solide dans lequel :

- une des faces, appelée **base** de la pyramide, est un polygone ;
- les autres faces, appelées **faces latérales**, sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé **sommet** de la pyramide.

La **hauteur** d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.

Une **arête latérale** est un segment joignant un des sommets de la base au sommet de la pyramide.

Exemple :

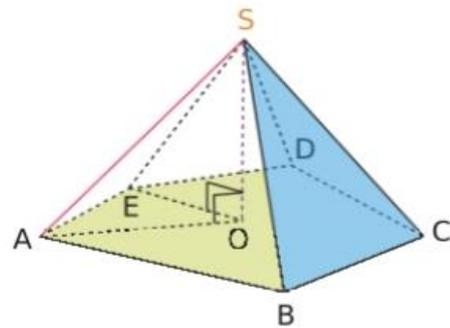
Le **sommet** de cette pyramide est le point **S**.

La **base** de cette pyramide est le pentagone **ABCDE**.

Les **faces latérales** sont les triangles :
SAB, **SBC**, **SCD**, **SDE**, **SEA**.

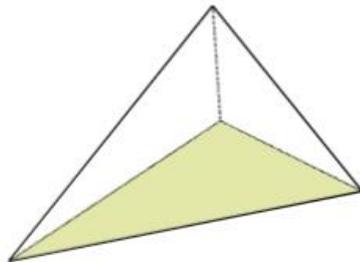
Les **arêtes latérales** sont les segments :
[AS], **[BS]**, **[CS]**, **[DS]**, **[ES]**.

La **hauteur** de la pyramide est le segment **[OS]**.

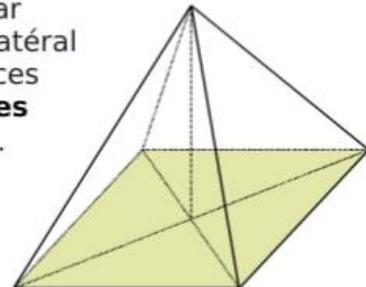


Remarques :

- Une pyramide à base triangulaire s'appelle un **tétraèdre**.



- Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un **polygone régulier** (par exemple, un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des **triangles isocèles superposables**. Sa **hauteur** passe par le centre de la base qui est le point de concours des diagonales.

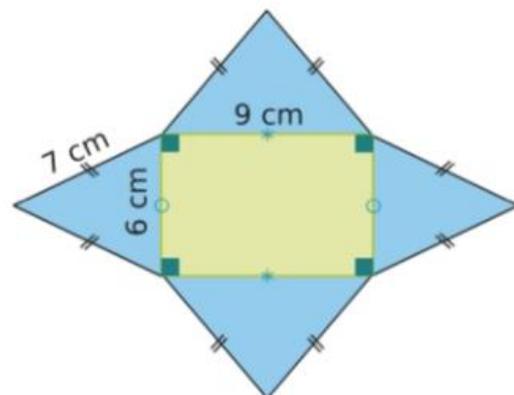


2) Patron

Exemple :

Voici le **patron** d'une pyramide.

Sa **base** est un rectangle, de longueur 9 cm et de largeur 6 cm, et chaque arête latérale mesure 7 cm.



II Cônes de révolution

1) Vocabulaire

Définitions

- Un **cône de révolution** est un solide qui est généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.
- La **base** d'un cône de révolution est un disque.
- La **hauteur** d'un cône de révolution est le segment qui joint le centre de ce disque au sommet du cône. Il est perpendiculaire au disque de base.
- Une **génératrice** d'un cône de révolution est un segment qui joint le sommet du cône à un point du cercle de base.

Exemple :

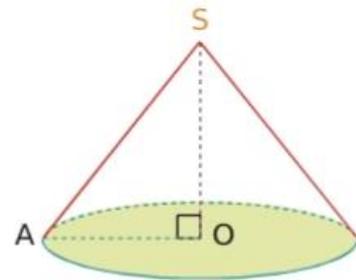
Le **sommet** du cône est le point **S**.

La **base** de ce cône est le **disque de centre O** : on la représente en perspective par un ovale (une ellipse) car elle n'est pas vue de face.

La **hauteur** du cône est le segment **[OS]**.

Le triangle AOS, rectangle en O, génère le cône en tournant autour de (OS).

Une **génératrice** du cône est **[SA]**.



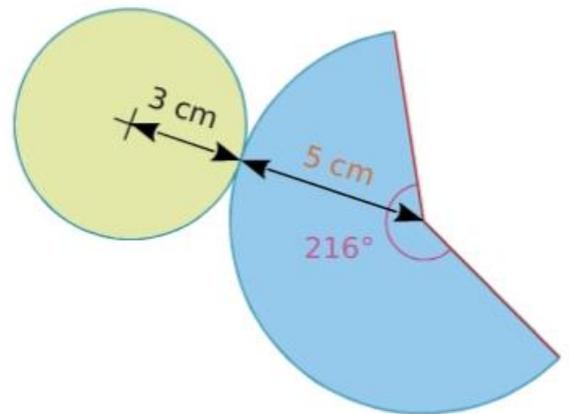
2) Patron

Exemple :

Voici le **patron** d'un cône de rayon de base 3 cm et de génératrice 5 cm.

La longueur du secteur de disque de rayon 5 cm est égale au périmètre de la base, soit : 6π cm.

L'angle du secteur de disque est proportionnel à sa longueur. Il a pour angle $\frac{360 \times 6\pi}{10\pi} = 36 \times 6 = 216^\circ$.



III Volumes

Propriété Le volume d'une **pyramide** ou d'un **cône de révolution** est

$$\text{donné par la formule : } \mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

Remarque :

Lorsque les longueurs sont exprimées en m, l'aire de la base est exprimée en m², et le volume de la pyramide en m³.

Exemple 1 :

On souhaite calculer le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un rectangle de dimensions 4 m et 4,20 m.

$$\mathcal{A} = L \times l = 4 \times 4,2 = 16,8 \text{ m}^2$$

→ On calcule l'aire de la base : c'est un rectangle.

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

→ On écrit la formule du volume d'une pyramide.

$$\mathcal{V} = \frac{16,8 \times 2,5}{3} = 14 \text{ m}^3$$

→ On remplace par les valeurs numériques.

Donc le volume de la pyramide est 14 m³.

Exemple 2 :

On souhaite calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur 25 cm ayant pour base un disque de rayon 9 cm.

$$\mathcal{A} = \pi \times r^2 = \pi \times 9^2 = 81 \pi \text{ cm}^2$$

→ On calcule l'aire de la base : c'est un disque de rayon 9 cm.

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

→ On écrit la formule du volume du cône.

$$\mathcal{V} = \frac{81 \pi \times 25}{3} = 27 \pi \times 25 = 675 \pi \text{ cm}^3$$

→ On remplace par les valeurs numériques et on termine le calcul.

Donc le volume exact du cône est 675 π cm³.

Une valeur approchée au cm³ près est 2 121 cm³.