TRAVAIL MATHS 4ème Semaines 6 & 7

Pour cette nouvelle période,
nous allons étudier un nouveau chapitre.

Le Théorème de Thalès en classe de 4ème

Voici le travail à faire à répartir sur les semaines à venir :

1 : Etudier le théorème et l'exercice résolu en pages 1 et 2.

2 : Faire les exercices d'application en pages 2 et 3.

Bon courage et n'hésitez pas à contacter votre professeur en cas de questions via Pronote. (faire 2 ou 3 exercices par jour)

Thalès

Philosophe, astronome et mathématicien grec (v. 625-v. 547 av. J.-C.) fondateur de la philosophie grecque, considéré comme l'un des Sept Sages. Thalès de Milet, appelé communément Thalès est un philosophe et savant grec né à Milet vers -625 et mort vers -547 dans cette même ville. C'est l'un des Sept sages de la Grèce antique et le fondateur présumé de l'école milésienne. Philosophe de la nature, il passe pour avoir effectué un séjour en Égypte, où il aurait été initié aux sciences égyptienne et babylonienne. On lui attribue de nombreux exploits, comme le calcul de la hauteur de la grande pyramide ou la prédiction d'une éclipse, ainsi que le théorème de Thalès. Il fut l'auteur de nombreuses recherches mathématiques, notamment en géométrie. Personnage légendaire, qui semble n'avoir rien écrit, sa méthode d'analyse du réel en fait l'une des figures majeures du raisonnement scientifique. Il sut s'écarter des discours explicatifs délivrés par la mythologie pour privilégier une approche caractérisée par l'observation et la démonstration.

Cours :

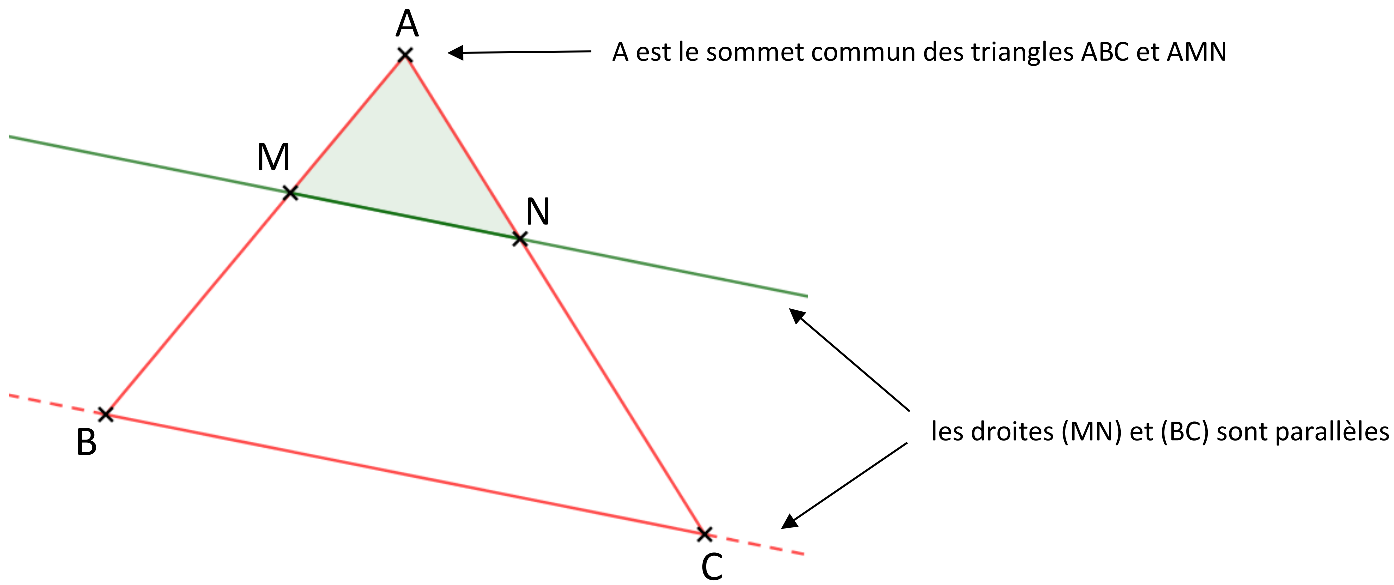
Enoncé du théorème de Thalès :

Dans un triangle ABC, si M est un point du segment [AB] et N un point du segment [AC] et si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Autrement dit, les côtés des triangles ABC et AMN ont des longueurs proportionnelles.

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

× k ← Tableau de proportionnalité



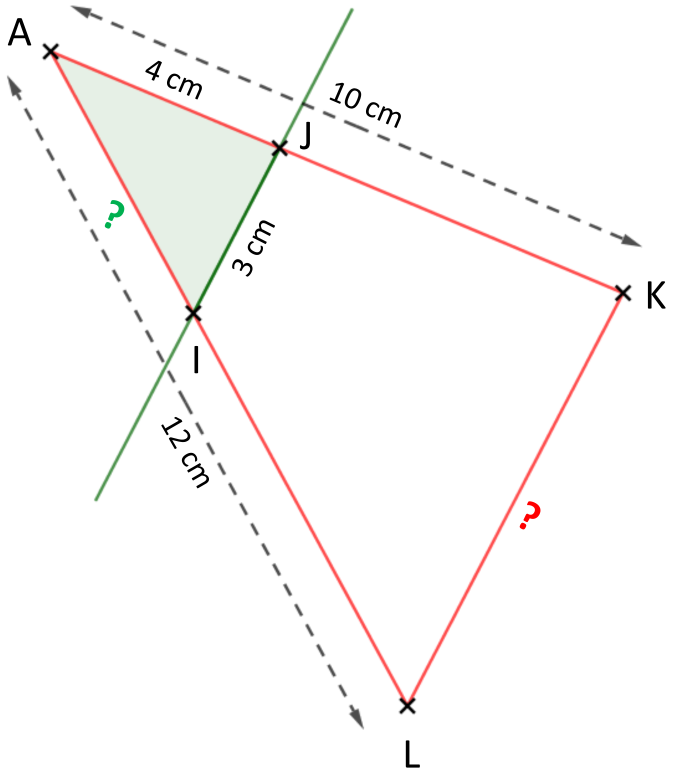
Remarque : On a aussi dans ce cas les égalités de rapports suivantes : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.

A quoi sert ce théorème ?
Le théorème de Thalès permet de calculer des longueurs dans un triangle.

Application :

Sur la figure ci-contre,
les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.
De plus, on a : AJ = 4 cm ; AK = 10 cm ;
AL = 12 cm et IJ = 3 cm.

Calculons les longueurs des segments [AI] et [KL] en centimètres.



Rédaction de la solution :

Dans le triangle AKL, on sait que :
- I est sur le segment [AL] et J est sur le segment [AK] ;
- (IJ) et (KL) sont parallèles ;

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AI}{AL} = \frac{AJ}{AK} = \frac{IJ}{KL}$ puis numériquement $\frac{AI}{12} = \frac{4}{10} = \frac{3}{KL}$.

De la 1ère égalité de rapports, on calcule AI en utilisant un produit en croix :

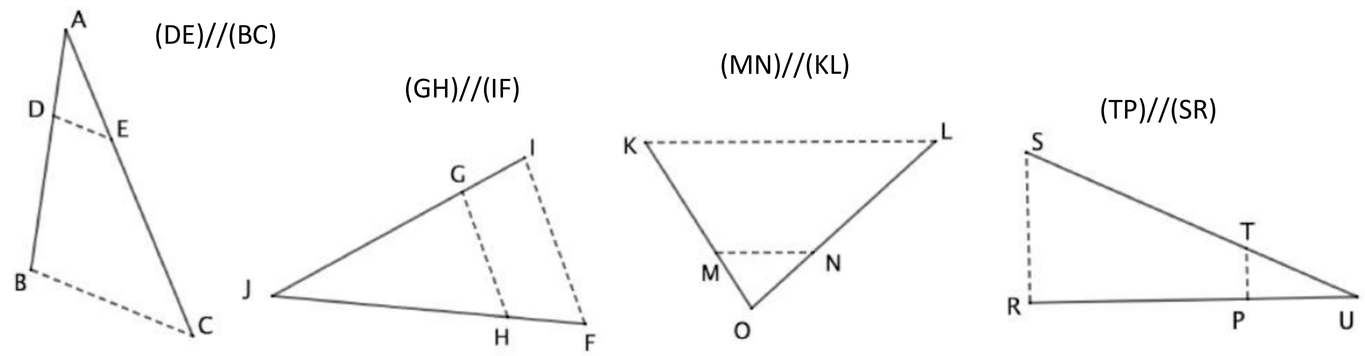
$\frac{AI}{12} = \frac{4}{10}$ donc $AI = \frac{4 \times 12}{10} = \boxed{4{,}8 \text{ cm}}$.

De la 2ème égalité de rapports, on calcule KL en utilisant un produit en croix :

$\frac{4}{10} = \frac{3}{KL}$ donc $KL = \frac{3 \times 10}{4} = \boxed{7{,}5 \text{ cm}}$.

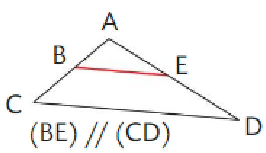
EXERCICES

Ex1 : Les segments en pointillés sont parallèles. Complète les égalités de Thalès pour chaque figure :



$\frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$ $\frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$ $\frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$ $\frac{...}{...} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

Ex2 : Quelles égalités peut-on associer à la figure?

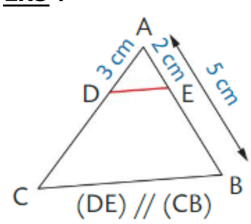


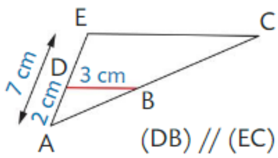
a. $\frac{CB}{CA} = \frac{DE}{DA} = \frac{BE}{CD}$

b. $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$

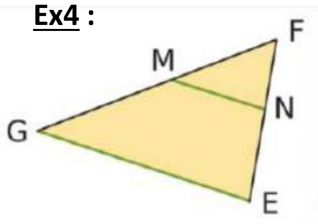
c. $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED} = \frac{BE}{CD}$

Ex3 : **a.** Calculer AC. **b.** Calculer CE.



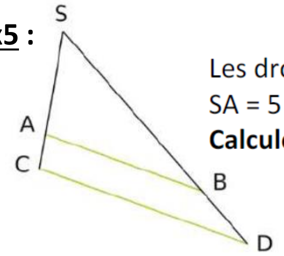


Ex4 :



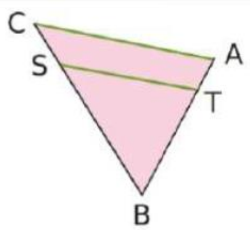
(MN) et (GE) sont parallèles
FM = 4 cm ; FG = 9 cm ; FN = 3 cm
Calculer FE.

Ex5 :



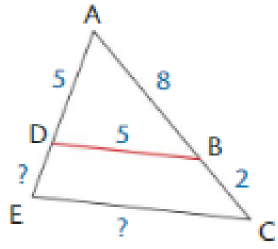
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles
SA = 5 cm ; SC = 6 cm et SB = 7 cm
Calcule SD.

Ex6 :



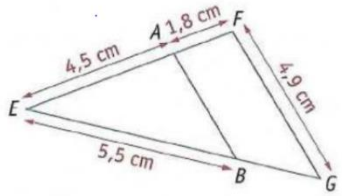
(ST) et (CA) sont parallèles
BS = 8 cm ; BC = 10 cm ; CA = 6 cm
Calculer ST.

Ex7 : Déterminer les longueurs manquantes, exprimées en cm.



(DB) // (EC)

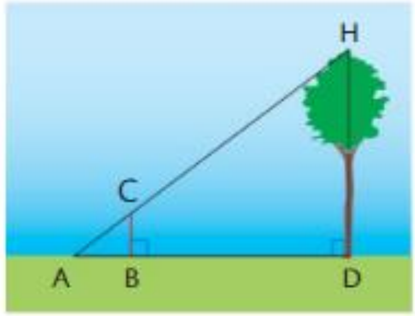
Ex8 : Sur la figure ci-dessous : $A \in [EF]$, $B \in [EG]$ et $(AB)//(FG)$.



Calculer les longueurs EG et AB. Justifier les réponses.

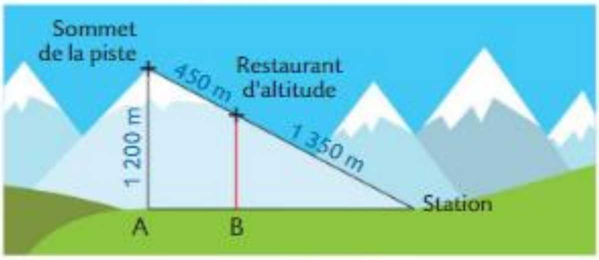
Ex9 : **Aux États-Unis**

L'arbre le plus imposant du monde est un séquoia géant, appelé *General Sherman*, avec un volume de bois de 1 487 m^3. Il est âgé de 2 200 ans.

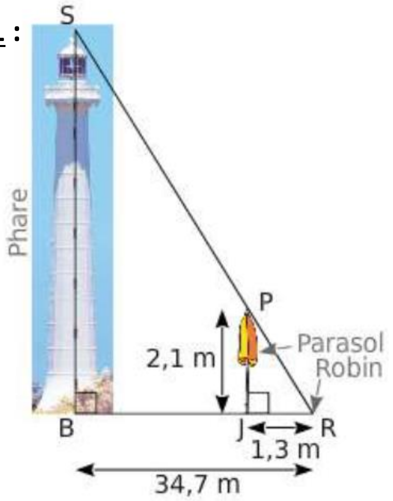


On utilise les ombres de l'arbre et d'un bâton pour déterminer sa hauteur selon ce schéma.
Un botaniste plante un bâton CB de 2 m de hauteur. Son ombre AB a une longueur de 2,5 m et l'ombre AD du séquoia mesure 105 m.
Quelle est la hauteur du *General Sherman* ?

Ex10 : Une station de ski est à 1 100 mètres d'altitude. Sarah désire prendre un chocolat chaud au restaurant d'altitude mais à quelle altitude se situe-t-il ?



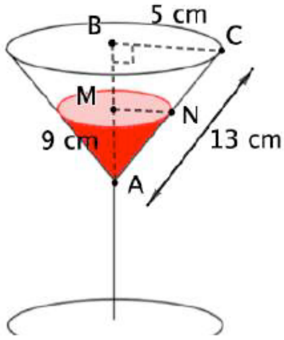
Ex11 :



Robin est allé visiter le Phare Amédée.
Lors d'une sieste sur la plage, il a remarqué que le sommet d'un parasol est en parfait alignement avec le sommet du phare.
Robin a donc pris quelques mesures et a décidé de faire un schéma de la situation.
Les points B, J et R sont alignés.

a) Expliquer pourquoi (PJ) est parallèle à (BS).
b) Calculer la hauteur SB du phare, arrondie au mètre près.

Ex12 :



On a versé, dans le verre ci-dessus, du jus à hauteur 9 cm. (MA = 9cm)
Le rayon BC du verre est égal à 5 cm.

a) Calculer la hauteur du verre AB du verre.
b) Calculer la longueur MN.
c) Calculer le volume, en cl, du jus contenu dans ce verre.

Coup de pouce :
a) Théorème de Pythagore dans ABC
b) Théorème de Thalès dans ABC
c) Le jus a la forme d'un cône de révolution de rayon MN. Calculer le volume en cm³ puis convertir en cl.