MATHS HEAFALA 3^{E} (305-307-308) SEMAINES DU 08/07 AU 19/07

PROBABILITÉS

I. Notion de probabilité

1) Définition

Définition : La probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance qu'a un évènement de se produire ».

Exemple :
Dire que la probabilité d'un évènement est de 0,8 signifie que cet évènement à 8 chances sur 10 ou 80 % de chance de se produire.

2) Vocabulaire des évènements

- Un évènement dont la probabilité est égale à 0 est un **évènement impossible**.
- Un évènement dont la probabilité est égale à 1 est un **évènement certain**.

3) Evènements contraire

Définition : L'événement contraire de A, noté $\overline{A}$, est l'ensemble de toutes les issues de n'appartenant pas à A.

Propriété : $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$

Exemple :
On lance un dé à 6 faces et on regarde la face du dessus.
Les évènements A et B sont contraires :
A = « On obtient un 1 »
B = « On obtient un 2, 3, 4, 5 ou 6. »

4) Calcul de probabilité

Propriété : La probabilité d'un évènement A est :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables A}}{\text{Nombre d'issues total}}$$

Méthode : Calculer une probabilité

On considère l'expérience aléatoire suivante :
On lance un dé à six faces et on regarde le nombre inscrit sur la face du dessus.
Soit ***E*** l'évènement : « La face du dessus est un nombre supérieur ou égal à 3 ».
Quelle est la probabilité que l'évènement ***E*** se réalise ?

Nombre d'issues favorables à ***E*** = **4**
En effet, pour avoir un nombre supérieur ou égal à 3, il faut obtenir un 3, un 4, un 5 ou un 6.

Nombre d'issues total = **6**
En effet, le dé à 6 faces.

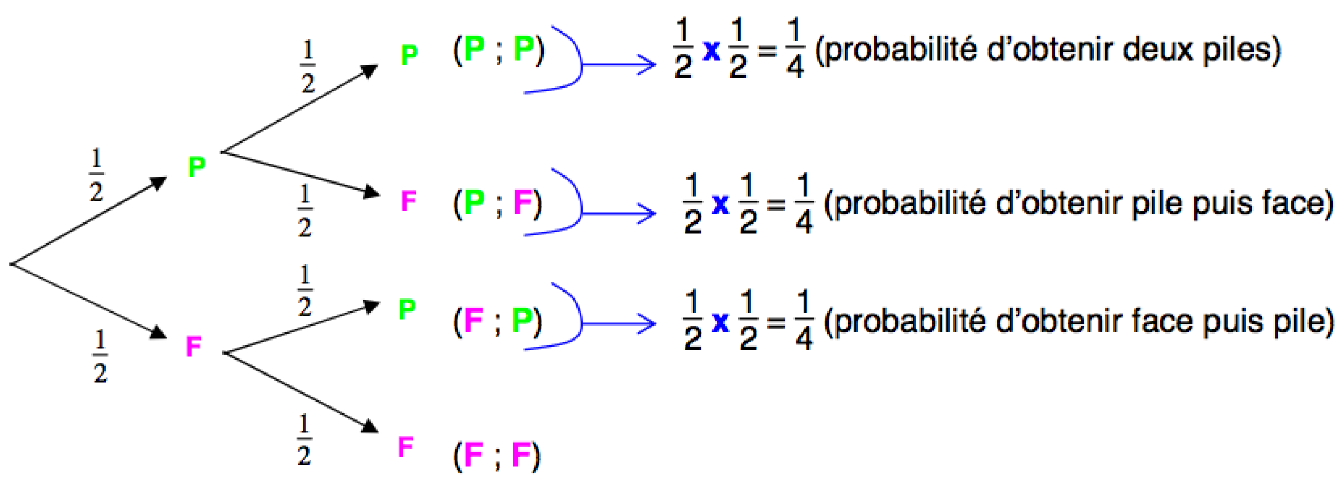
Ainsi P(***E***) = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

La probabilité que l'évènement ***E*** se réalise est de $\frac{2}{3}$.
Il y a donc deux chances sur trois d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 3.

II. Expérience aléatoire à deux épreuves

Méthode : Calculer une probabilité à l'aide d'un arbre de probabilité

Lancer deux fois de suite une pièce de monnaie est une expérience aléatoire à deux épreuves.
Soit ***E*** l'évènement : « On obtient au moins une fois la face PILE. »



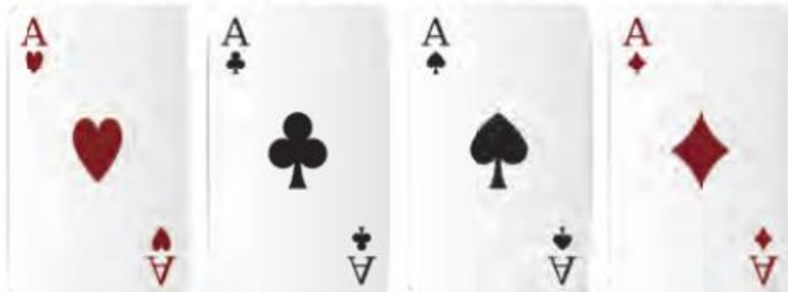
Sur un même chemin, on multiplie les probabilités.

P(***E***) = $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

La probabilité que l'évènement ***E*** se réalise est de $\frac{3}{4}$.
Il y a donc trois chances sur quatre d'obtenir au moins une fois la face PILE lorsqu'on lance deux fois de suite une pièce de monnaie.

EXERCICES SUR LES PROBABILITÉS

1 On choisit au hasard une carte parmi les 4 As ci-dessous (cœur, trèfle, pique et carreau).



a. Quelle est la probabilité de choisir l'As de cœur ?

b. Énonce un évènement de probabilité $\frac{1}{2}$.

c. Énonce un évènement certain, puis un évènement impossible.

d. Énonce deux évènements incompatibles.

5 Le tableau suivant donne la répartition des élèves d'une classe de 3^{e}, selon le sexe et le caractère droitier ou gaucher.

	Garçon	Fille
Gaucher	1	5
Droitier	9	10

On interroge au hasard un élève de cette classe.

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

b. Complète la phrase : « *Il y a une chance sur ... pour que l'élève interrogé soit une fille gauchère, soit ... %* ».

c. Quelle est la probabilité que l'élève interrogé soit gaucher ?

d. Déduis-en les chances d'interroger un élève droitier.

8 On lance un dé bien équilibré à six faces numérotées :

2 4 6 8 10 12

a. Quelle est la probabilité que le dé tombe sur le 4 ?

b. Quelle est la probabilité que le dé tombe sur un nombre à deux chiffres ?

c. Y a-t-il plus de chances que le dé tombe sur un multiple de 3 ou sur un multiple de 4 ?

d. Que dire de l'évènement : « *Le dé tombe sur un nombre impair.* » ?

e. Énonce, dans le cadre de cette expérience aléatoire, un évènement certain.

11 Sur les faces d'un dé octaédrique sont écrites les lettres A, B, C, D, E, F, G et H. On lance ce dé et on observe la lettre figurant sur la face supérieure.

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

b. Énonce un événement, puis son contraire.

c. Que dire de l'évènement : « *Le dé tombe sur une face portant une des lettres du mot OVNI.* » ?

d. Énonce un évènement certain.

e. Énonce deux évènements incompatibles.

13 On tire une carte dans un jeu ordinaire de cinquante-deux cartes.

Donne les probabilités des évènements suivants.

a. « *Obtenir un carreau.* »

b. « *Obtenir un valet.* »

c. « *Obtenir un valet de carreau.* »

d. On ajoute deux jokers à ce jeu. Les probabilités précédentes vont-elles augmenter ?

15 Une urne opaque contient des boules indiscernables au toucher :

- cinq blanches, numérotées de 1 à 5 ;
- huit noires, numérotées de 1 à 8 ;
- et dix grises, numérotées de 1 à 10.

On tire une boule au hasard.

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

Détermine la probabilité de chacun des évènements suivants.

b. « *Tirer une boule blanche.* »

c. « *Tirer une boule qui porte le numéro 4.* »

d. « *Tirer une boule qui porte le numéro 9.* »

e. Énonce d'une autre manière l'évènement « *Tirer une boule ni blanche, ni grise.* », puis détermine sa probabilité.

25 *Un peu de tenue !*

Tony doit choisir sa tenue de sport pour aller à l'entrainement. Dans son armoire, il trouve 4 maillots et 3 shorts.

Combien de tenues différentes peut-il mettre ?

26 *Les prénoms*

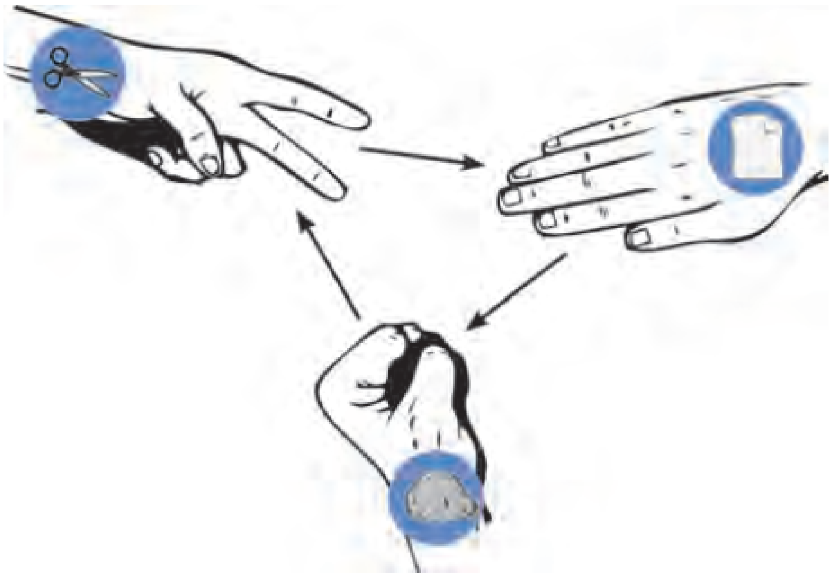
Betty est très contente, elle va bientôt avoir deux petites sœurs jumelles ! Le choix des prénoms n'est pas encore arrêté, mais ses parents ont décidé qu'ils feraient partie de la liste suivante :

Emma – Sidonie – Lola – Jeanne – Lilou.

Betty se demande alors combien il existe de possibilités pour les prénoms de ses futures sœurs. Peux-tu l'aider ?

31 Dans le jeu « *Pierre – Feuille – Ciseaux* », deux joueurs choisissent en même temps l'un des trois « coups » suivants :

- **Pierre**, en fermant la main ;
- **Feuille**, en tendant la main ;
- **Ciseaux**, en écartant deux doigts.



Les règles du jeu précisent que :

- la pierre est plus forte que les ciseaux (elle les casse) ;
- les ciseaux sont plus forts que la feuille (ils la coupent) ;
- la feuille est plus forte que la pierre (elle l'enveloppe) ;
- il y a égalité lorsque les deux joueurs choisissent le même coup.

a. Tu joues « *Pierre* » face à Léo qui joue au hasard. Quelle est la probabilité que tu perdes ?

b. Quelle est la probabilité que tu ne perdes pas ?

c. Tu décides de jouer « *Pierre* » lors des deux parties suivantes. Léo joue toujours au hasard. Construis l'arbre des possibilités de Léo pour ces deux parties. (Tu noteras **P**, **F**, **C** pour Pierre, Feuille, Ciseaux.)

d. Utilise l'arbre pour déterminer la probabilité :

- que tu gagnes les deux parties ;
- que tu ne perdes aucune des deux parties.

33 *Avec remise...*

Zoé tire une carte au hasard dans un jeu classique de 32 cartes, bien mélangé. Après l'avoir regardée, elle la replace dans le paquet et mélange à nouveau. Elle pioche à nouveau une carte au hasard.

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

b. Quelle est la probabilité que la première carte tirée soit la Dame de cœur ?

c. Sachant que la première carte tirée est le 10 de trèfle, quelle est la probabilité que la seconde carte tirée soit le 10 de trèfle ?

d. Quelle est la probabilité de tirer deux cartes du même atout (c'est-à-dire deux piques, ou deux cœurs, ou deux carreaux, ou deux trèfles) ? Tu pourras t'aider d'un arbre de probabilité.

34 *...puis sans remise*

On reprend l'expérience aléatoire de l'exercice **33**, mais cette fois sans remise, c'est-à-dire que l'on garde la première carte tirée sans la remettre dans le paquet.

Les réponses aux questions seront-elles les mêmes ? Explique tes raisonnements.

37 Vrai ou Faux

P.1. On tire une boule au hasard dans une urne qui contient des boules rouges et des boules vertes. S'il y a trois fois moins de boules rouges que de boules vertes, alors la probabilité de tirer une boule rouge est $\frac{1}{3}$.

P.2. Si on a obtenu quatre fois « Pile » lors des quatre premiers lancers d'une pièce de monnaie équilibrée, alors on a plus de chances d'obtenir « Face » que « Pile » au lancer suivant.

P.3. On tire deux cartes dans un jeu classique de 32 cartes. La probabilité d'obtenir deux As est $\frac{4}{32} \times \frac{4}{32}$, soit $\frac{1}{64}$.