

Exercices de mathématiques
Première Pro

François BINET

26 janvier 2008

Table des matières

1	Premier degré	5
1.1	Exercices préliminaires de calcul	5
1.2	Développements, Factorisations, Identités remarquables	5
1.3	Inégalités et encadrements	5
1.4	Transformations de formules	6
1.5	Équations du premier degré	6
1.6	Inéquations du premier degré	6
1.7	Étude du signe d'une équation	7
1.8	Systèmes d'inéquations à une inconnue	7
1.9	Systèmes de deux équations à deux inconnues	7
1.9.1	Apprentissage de la méthode par substitution	7
1.9.2	Apprentissage de la méthode par combinaison (par addition)	7
1.9.3	Apprentissage de la vérification des solutions trouvées	7
1.9.4	Résolution graphique	7
1.9.5	Résolution algébrique	8
1.10	Inéquations à deux inconnues	8
1.11	Systèmes d'inéquations à deux inconnues	9
2	Équations du second degré	11
2.1	Activités d'approche	11
2.2	Discriminant	11
2.3	Étude du signe	12
2.4	Somme et produit de racines	13
3	Fonctions usuelles	15
3.1	Fonctions linéaires et affines	15
3.2	Fonctions puissances	16
3.3	Fonctions trigonométriques	18
3.4	Additions et multiplications	19
3.5	Comparaison de fonctions	20
4	Dérivation	21
4.1	Introduction, nombre dérivé	21
4.2	Fonctions dérivées	22
4.3	Étude des variations	22

Chapitre 1

Premier degré

1.1 Exercices préliminaires de calcul

1. Sans la calculatrice faire les calculs suivants : $2, 5 + (-1)$; $1 - (-0, 5)$; $(-2) + (-3)$; $2 + (-5) - (-3) + 5 + (-10)$
2. Simplifier les écritures suivantes : $\frac{15}{105}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{105}{45}$; $\frac{34,5}{43,5}$;
3. Effectuer les calculs suivants : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$; $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$
4. Effectuer les calculs suivants : $(-0, 5) \times 2$; $(-1, 25) \times (-4)$; $(3, 5 - 2) \times (-2)$; $(2 - 3) \times (-0, 5 + 1)$
5. Effectuer les calculs suivants : $\frac{3}{5} \times \frac{25}{12} \times \frac{4}{5}$; $(1 + \frac{1}{3}) \div 2$; $\frac{1}{2} - \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$; $\frac{3 - \frac{2}{7}}{3 + \frac{2}{7}} - 1$
6. Calculer : $\frac{0, 02 \cdot 10^5}{0, 8 \times 100^2}$; $\frac{3 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-1}}$; $\frac{3}{7} + \frac{1}{4} - 2$; $(1 - \frac{4}{3}) - (\frac{5}{2} - \frac{1}{3})$; $2 - (\frac{5}{2})^2 \times 4$; $(1 - \frac{1}{3})^2 - \frac{1}{2}$
7. Simplifier puis calculer $\frac{2^2 \times 3^3}{2^3 \times 5}$; $\frac{2^3 \times (-3)^4}{2} \times 3^3$; $\frac{2^3 \times 3^2 \times 5^1}{2^4 \times 5^2}$;
8. Exprimer en fonction de $\sqrt{3}$ ou de $\sqrt{5}$ les nombres suivants : $\sqrt{12}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{45}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{48}$
9. Écrire les quotients suivants avec un dénominateur entier : $\frac{2}{\sqrt{7}}$; $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$; $\frac{5}{\sqrt{10}}$; $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}}$; $\frac{15}{\sqrt{3}}$; $\frac{5}{\sqrt{2}}$
10. Calculer le produit : $(2 + \sqrt{3}) \times (2 - \sqrt{3})$ et montrer que $(2 + \sqrt{3})$ et $(2 - \sqrt{3})$ sont inverses l'un de l'autre.
11. Calculer les expressions $a^2 + b^2$; $(a + b)^2$; $a^2 - b^2$; $(a + b) \times (a - b)$; $(\frac{a}{b})^2$; $\frac{a^2}{b}$ pour $a = \frac{-1}{3}$ et $b = \frac{1}{2}$

1.2 Développements, Factorisations, Identités remarquables

12. Développer et réduire les expressions suivantes : $5(3a + 1)$; $a(2a + 3)$; $\frac{3}{2}(x - 1)$; $-2(3x - 2)$; $(2a + 1)(a - 3)$; $(a + 1)(0, 5a - 1)$; $2x(x - 1)$; $-2x(1 - x)$; $(x^2 + x + 1)(x + 1)$; $(1 + \frac{1}{x})(x - 1)$; $(\frac{x}{2} + 3)(\frac{x}{3} - 2)$; $(x - \frac{1}{2})(x + \frac{2}{3})$
13. Utiliser les produits remarquables pour développer les expressions suivantes : $(x - 1)^2$; $(x + 3)^2$; $(2x + 1)^2$; $(2x + 3)^2$; $(5x + 2)^2$; $(2x - 5)^2$; $(x - \frac{1}{2})^2$; $(x + \frac{2}{3})^2$; $(x - 2)(x + 2)$; $(2x + 1)(2x - 1)$; $(3x - \frac{1}{2})(3x + \frac{1}{2})$; $(0, 5x + 3)(0, 5x - 3)$
14. Rechercher un facteur commun dans les expressions suivantes et les factoriser : $x^2 + 5x$; $2a^2 + 6a$; $3x^2 - 2x^3$; $15a - 20b$; $a^2 + 2ab$; $(x + 1)^2 + 2(x + 1)$; $(x - 2)x + 2(x - 2)$; $(x - 1)^2 + (x - 1)(3x + 2)$
15. Écrire les expressions suivantes sous forme d'un carré : $x^2 - 4x + 4$; $x^2 + 4x + 4$; $9x^2 - 6x + 1$; $9x^2 + 6x + 1$; $4x^2 - 8x + 4$; $4x^2 + 4x + 1$; $\frac{x^2}{4} - x + 1$; $\frac{x^2}{16} + x + 4$

1.3 Inégalités et encadrements

16. Sachant que $1, 73 < \sqrt{3} < 1, 74$ donner un encadrement de $2 + \sqrt{3}$; $2 - \sqrt{3}$; $2 \cdot \sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$
17. Sachant que $1, 41 < \sqrt{2} < 1, 42$ et $2, 23 < \sqrt{5} < 2, 24$ donner un encadrement de $\sqrt{5} + \sqrt{2}$; $\sqrt{5} - \sqrt{2}$; $\sqrt{2} - \sqrt{5}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$

1.4 Transformations de formules

18. Compléter les transformations de formules :

Le périmètre d'un cercle $p = 2\pi \cdot R$ exprimer R.

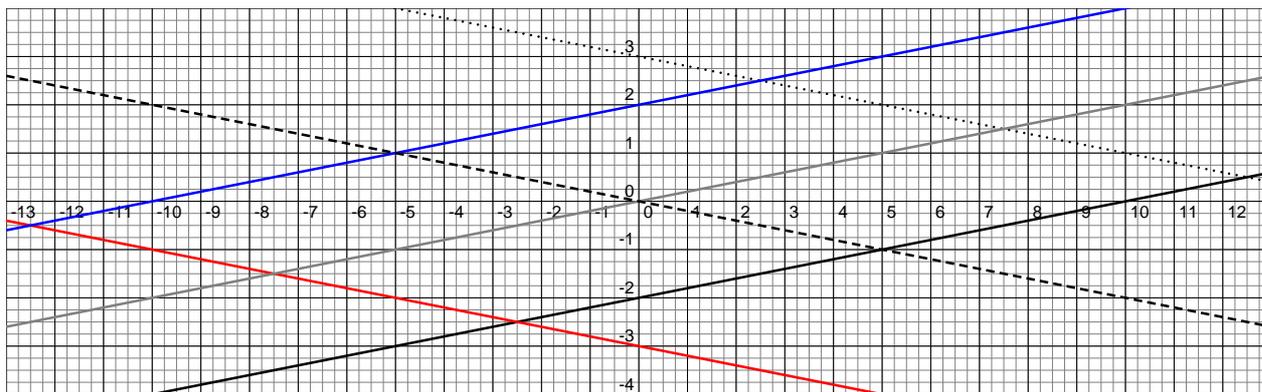
Le volume d'un cône $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$ exprimer R^2 puis R

La quantité de chaleur $Q = mc(\theta_2 - \theta_1)$ exprimer $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

L'aire d'un trapèze $A = \frac{(B + b) \times h}{2}$ exprimer h

1.5 Équations du premier degré

19. Exprimer l'aire d'un carré de coté 4cm dont on enlève aux quatre coins un petit carré de coté x.
20. Résoudre les équations suivantes : $-3 \cdot x + 5 = 0$; $4 \cdot x = \frac{5}{2}$; $-\frac{2}{5} \cdot x = \frac{3}{2}$; $-3x + 3 = -9$; $4x + 2 = 3x + 4$; $2(3x - 1) = 3x + 7$; $(x + 2)(\frac{1}{5} + 1) = 0$; $4x - 1 - 3(1 - x) = 10$; $3x + 7 - 4(4 + x) = -13$; $5x + 7 - 2(x + 3) = 16$
21. Déterminer les valeurs pour lesquelles l'équation n'est pas définie puis résoudre : $\frac{1}{x} - 1 = 0$; $2 + \frac{2}{x} = 4$; $\frac{1}{x-1} = 1$; $\frac{x+1}{x-1} = 1$; $\frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$; $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$
22. Une somme de 22500 CFP est partagée entre 3 personnes. La première reçoit 4500 CFP de plus que la deuxième qui reçoit 4500 CFP de plus que la troisième. Calculer la part de chacun.
23. Résoudre $4x^2 + 3 = (2x - 1)^2$
24. Trouver deux nombres consécutifs dont la somme est 69.
25. Nicolas a 16 ans et son père 38. Dans combien de temps l'âge du père sera le double de l'âge du fils
26. Mettre les équations sous la forme $y = ax + b$: $2y = 6x - 4$; $3y + 9x = 12$; $16x - 4y + 2 = 0$; $3x + 2 - 4y = 9$; $\frac{5}{3}x + \frac{4}{7} = 3y - 4$
27. Donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des fonctions affines suivantes : $f(x) = 4x + 7$; $g(x) = -3x + 2$; $y = 2 - 7x$; $12x + 4y = 16$; $16x - 4y + 2 = 0$; $3x + 2 - 4y = 9$
28. Dire des fonctions affines suivantes si elles sont croissantes ou décroissantes : $y = -4x + 8$; $y = \frac{1}{13}x - 4$; $y = x - 9$; $-2y = 14x + 6$; $-12x - 4y = -3$
29. Retrouver les équations des représentations ci-dessous.



1.6 Inéquations du premier degré

30. Résoudre les inéquations suivantes : $2x \geq 10$; $-5x \leq 15$; $-3x > -9$; $-x < 5$; $x - 3 > 0$; $2x + 3 \leq 0$; $x + 1 \geq -2$; $x - 3 < -3$; $x + \frac{1}{2} > -\frac{1}{3}$; $2x > \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}x < 4$; $-\frac{x}{3} > -\frac{1}{3}$; $0,6x \leq -1,2$; $\frac{2x}{3} < \frac{1}{2}$; $5x - 3 \geq 0$; $2x - 1 > x + 2$

1.7 Étude du signe d'une équation

31. Indiquer le signe des produits suivants pour $x=0$ et $x=1$: $a(x) = (x+1) \cdot (x-2)$; $b(x) = (2-x) \cdot (x+3) \cdot (x+1)$.
 32. Sur quel intervalle les produits suivants sont-ils négatifs ? : $P(x) = (x+5)(x+1)$; $Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$.

1.8 Systèmes d'inéquations à une inconnue

33. Résoudre les systèmes d'inéquations suivants : $\begin{cases} 2x + 1 \leq 3x + 2 \\ 4x - 3 \leq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x \geq 4 \\ x - 3 < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ 2x - 1 \leq 0 \end{cases}$

1.9 Systèmes de deux équations à deux inconnues

1.9.1 Apprentissage de la méthode par substitution

34. Exprimer l'inconnue y en fonction de x dans les équations suivantes : $x + y = 2$; $x - y = 5$; $2 = y - 3x$;
 $2x - y = 0$; $x + 2y = 4$; $5x - 4y = 1$
 35. Mettre les équations du système sous la forme $y = ax + b$: $\begin{cases} 5y - x = -10 \\ 5y + x = -15 \end{cases}$
 36. Remplacer y par son expression en fonction de x de la première équation dans la seconde équation :
 $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} y = x + 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 3 - x \\ 2x - y = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$

1.9.2 Apprentissage de la méthode par combinaison (par addition)

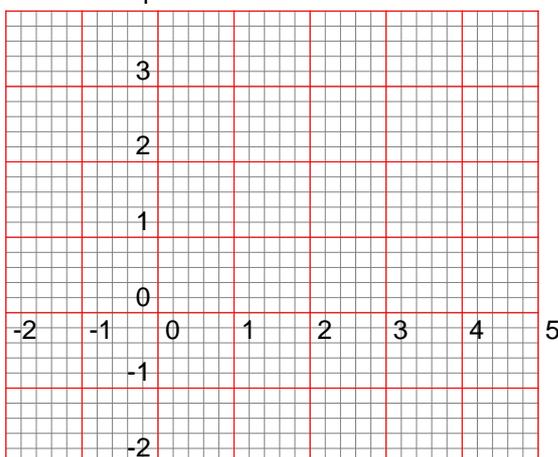
37. Multiplier les deux membres des équations suivantes afin d'obtenir le coefficient de y égal à 2 :
 $x + y = 1$; $2x - y = 0$; $3x - 2y = 4$; $x + 3y = -1$; $x - \frac{y}{2} = -2$; $\frac{x}{3} + y = \frac{1}{2}$

1.9.3 Apprentissage de la vérification des solutions trouvées

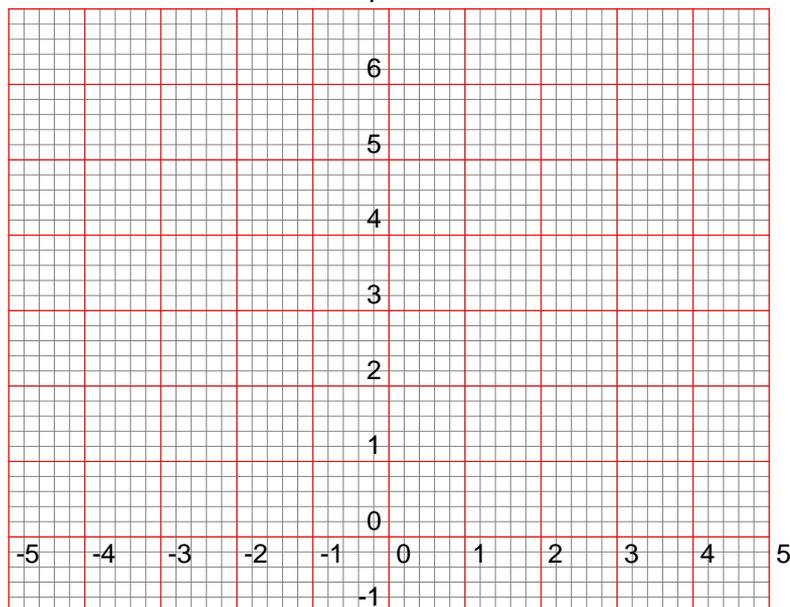
38. Faire correspondre à chaque couple proposé a(-1;1);b(2;-1);c(3;1);d(3;-2) le système d'équation qui lui convient :
 $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 4x + 3y = -1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - 5y = 9 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

1.9.4 Résolution graphique

39. Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ 3y = 6 - x \end{cases}$



40. Résoudre graphiquement le système suivant :
- $$\begin{cases} 7y + 28 = \frac{7}{2}x \\ \frac{y}{2} = \frac{x}{7} + 1 \end{cases}$$



1.9.5 Résolution algébrique

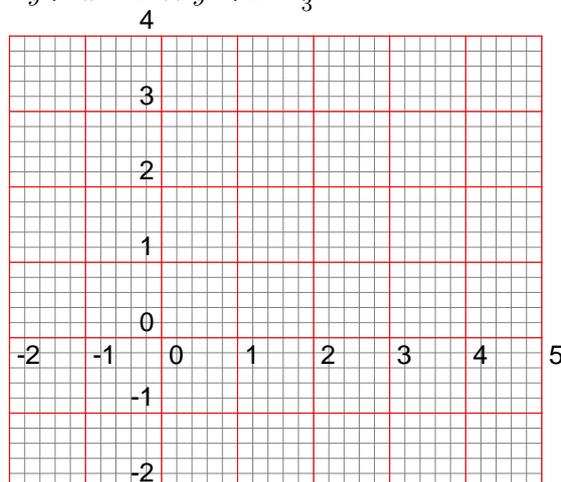
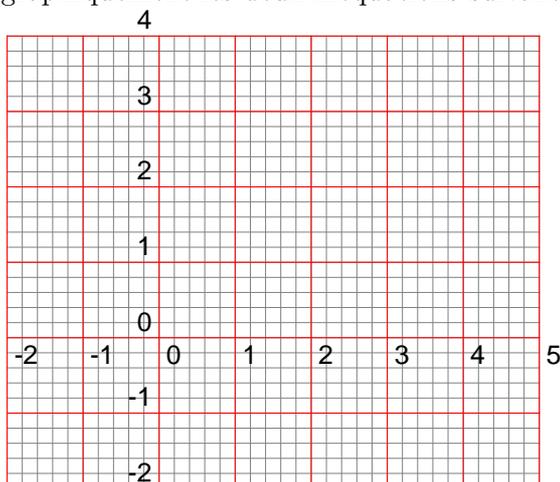
41. Résoudre les systèmes suivant algébriquement :

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} ; \begin{cases} 3x - y = -3 \\ 2x + y = -2 \end{cases} ; \begin{cases} 6x + 15 = 3y \\ y + 6 = -3x \end{cases} ; \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases} ; \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 2x + y = 18 \end{cases} ; \begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

42. Trouver deux nombres dont la somme est 186 et la différence 22.
 43. "En roulant à 90 km/h j'arriverai à 13h alors qu'à 120km/h j'arriverai à 12h". Quelle distance doit-il parcourir ?
 44. Un générateur ($E=9V$; $r=0,5\Omega$) est branché sur un rhéostat de 33Ω . Déterminer la tension et l'intensité.
 45. 200 000 CFP sont placés en partie à 5% et à 8%. L'intérêt est de 13750 CFP. Calculer les montants des parties.
 46. Une somme de 32 CFP est constitué de 10 pièces de 5F et 2F. Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte.

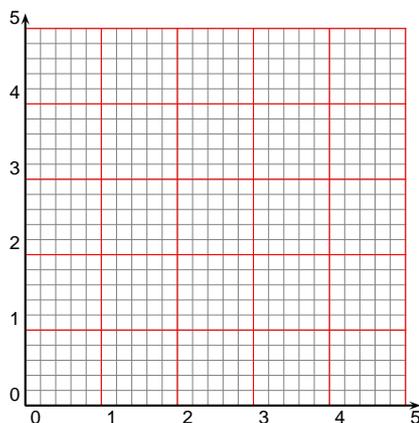
1.10 Inéquations à deux inconnues

47. Résoudre graphiquement les deux inéquations suivantes : $y > x - 2$ et $y < 2 - \frac{x}{3}$



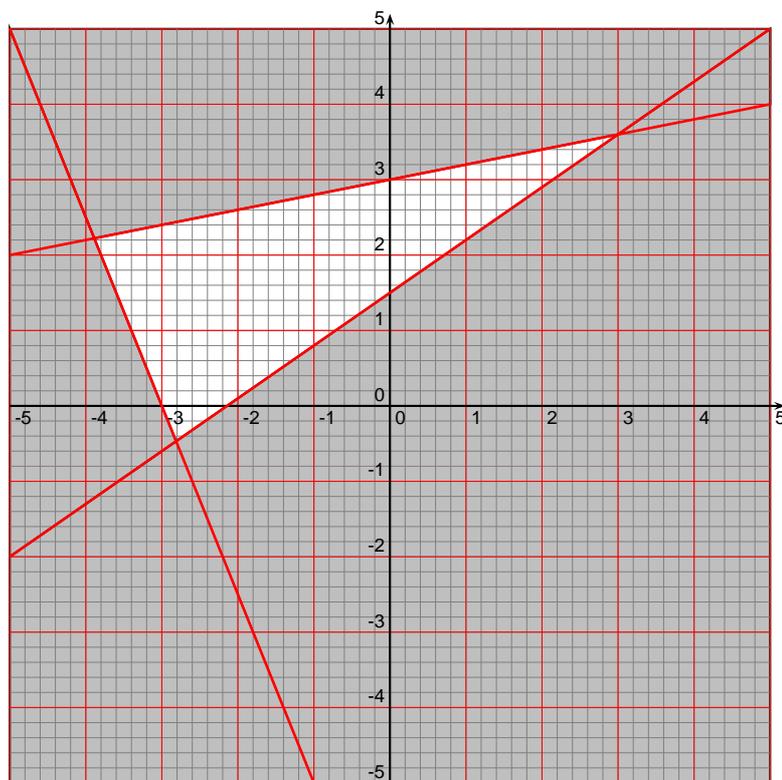
1.11 Systèmes d'inéquations à deux inconnues

48. Dans le graphique ci-dessous, tracer le système d'inéquations :
$$\begin{cases} y < -\frac{2}{3}x + 2 \\ y > x + 1 \\ y > 15 - 5x \end{cases}$$

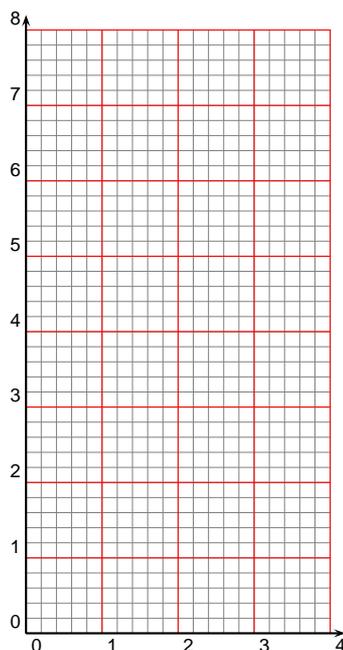


Trouver l'unique couple solution appartenant à l'ensemble des entiers naturels.

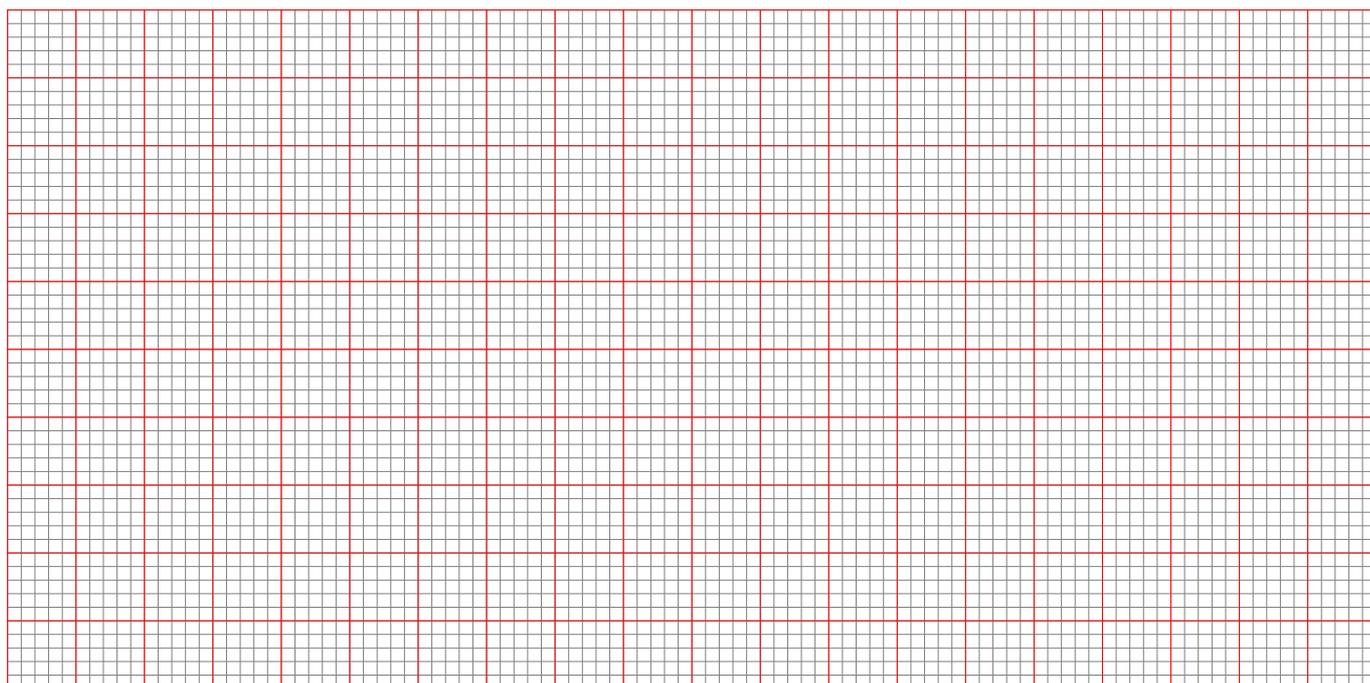
49. Dans le système ci-dessous donner les inéquations qui correspondent.



50. Dans le graphique ci-dessous, tracer le système d'inéquations sur l'intervalle $[0;4]$:
$$\begin{cases} y > \frac{1}{2}x^2 \\ y < 6 \\ x > 2 \end{cases}$$



51. Une entreprise fabrique deux types de boîtiers :
- type A : Cout de la main d'oeuvre 10 000 CFP ; cout de la matière première : 3 000 CFP.
 - type B : Cout de la main d'oeuvre 7 500 CFP ; cout de la matière première : 6 000 CFP.
 - La dépense journalière en matière première ne peut dépasser 50 000 CFP et en main d'oeuvre 150 000 CFP.
- (a) Écrire les relations traduisant les contraintes.
- (b) Montrer que deux contraintes se ramènent au système :
$$\begin{cases} y \leq -0,5x + 9 \\ y \leq -\frac{4}{3}x + 17 \end{cases}$$
- (c) Résolvez graphiquement le système.
- (d) L'entreprise peut-elle fabriquer en une journée :
- 9 boîtiers de type A et 4 boîtiers de type B ?
 - 7 boîtiers de type A et 6 boîtiers de type B ?
- Justifier en plaçant un point sur le graphique

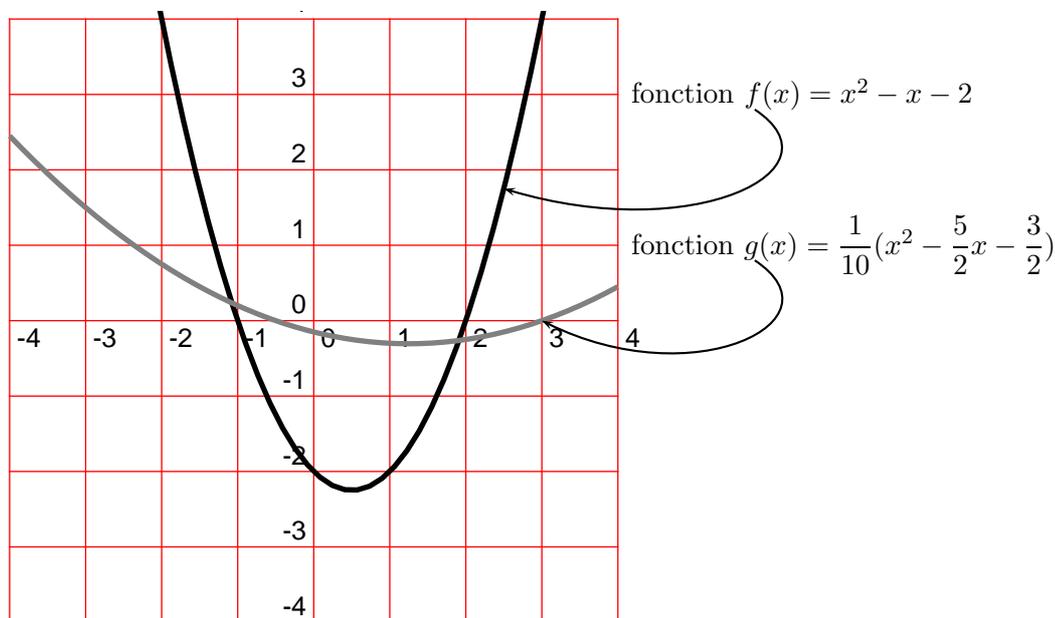


Chapitre 2

Équations du second degré

2.1 Activités d'approche

1. Donner les valeurs de x annulant les polynômes suivants : $P(x) = (x + 1)(x + 2)$; $Q(x) = (x - 1)(x + 1)$; $R(x) = (x - \frac{3}{5})(7 - x)$
2. Développer les polynômes suivants : $P(x) = (x - 3)(x + 4)$; $Q(x) = (x + 2)(x - 1)$; $R(x) = (x + \frac{1}{3})(x + 3)$; $S(x) = 3(x + 4)(x - 5)$
3. Retrouver l'identité remarquable permettant de factoriser les polynômes suivants : $P(x) = x^2 + 2x + 1$; $Q(x) = x^2 - 4x + 4$; $R(x) = x^2 - 1$
4. À partir des résultats de l'exercice précédent, indiquer quels sont les racines de ces polynômes.
5. Indiquer dans les représentations graphiques des fonctions ci-dessous, les valeurs pour lesquelles la fonction s'annule :



2.2 Discriminant

6. Dans les polynômes suivants, indiquer les valeurs de a, b et c figurant dans l'expression $ax^2 + bx + c = 0$:
 $P_1(x) = 5x^2 + 2x + 3$; $P_2(x) = -x^2 + 3x - 4$; $P_3(x) = x^2 + x + 1$; $P_4(x) = 2x^2 + 3x$; $P_5(x) = -3x^2 - 4 + 5x$;
 $P_6(x) = 2 + x^2 - 9x$; $P_7(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3$; $P_8(x) = 2x^2 + 3x - 45 + 24x^2$; $P_9(x) = x(x + 4, 5)$; $P_{10}(x) = x^2(1 + \frac{1}{x})$

7. Donner les racines des polynômes précédents.
8. Factoriser les polynômes précédents.

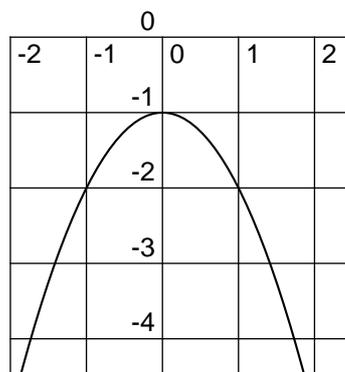
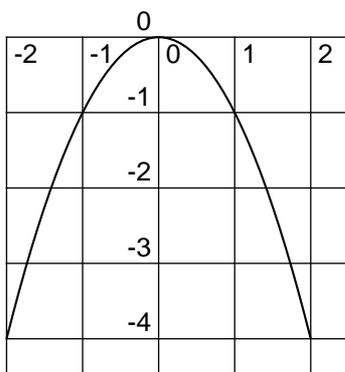
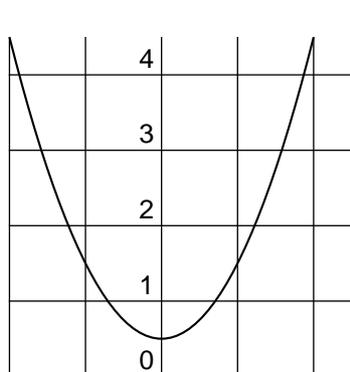
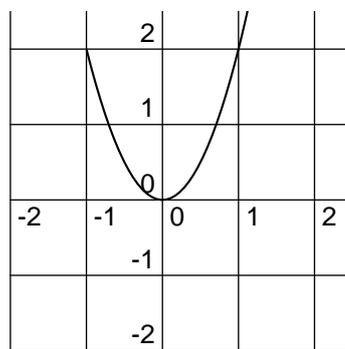
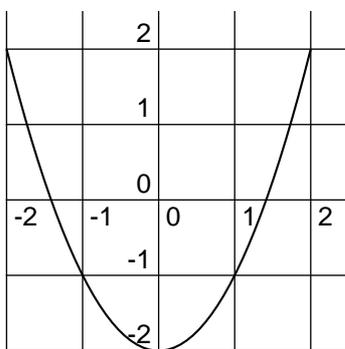
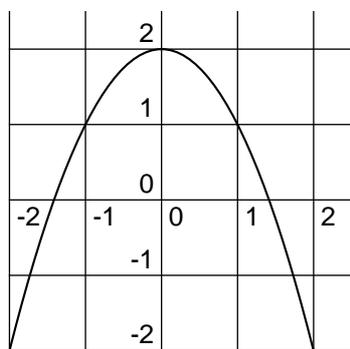
2.3 Étude du signe

Les exercices de ce paragraphe sont à mettre en liaison avec les exercices du paragraphe 1.7

9. Donner à l'aide d'un tableau de signe le signe des polynômes suivants :

$$P_1(x) = (x - 1)(x + 2); P_2(x) = (x + \frac{3}{4})(7 + x); P_3(x) = (2x - 4)(x - \frac{2}{5}); P_4(x) = -4(x + 3)(2x - 1);$$

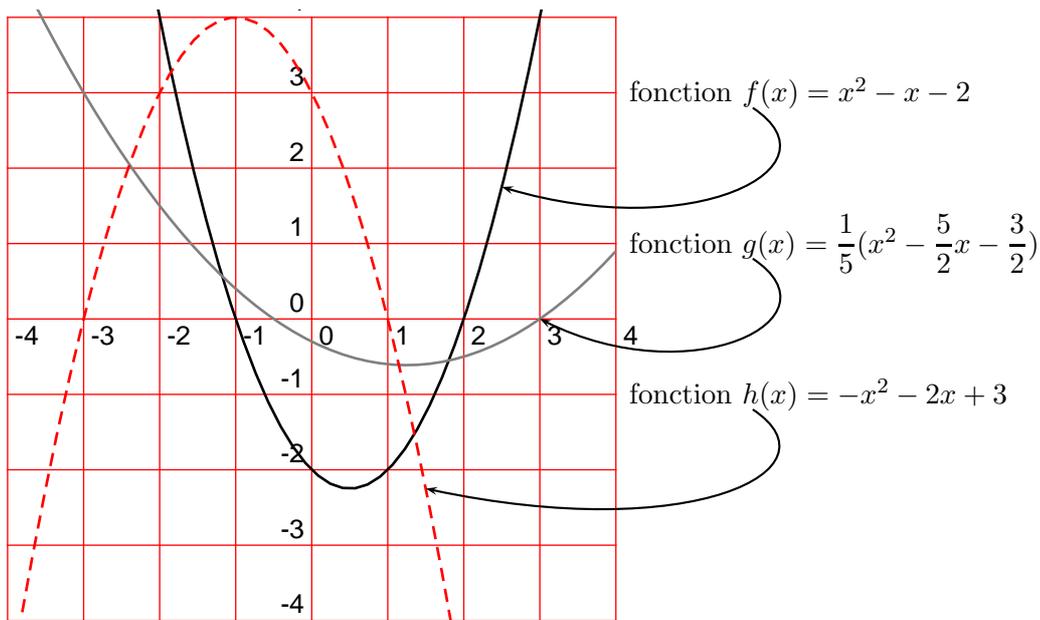
10. Développez les cinq polynômes précédents puis donner la valeur de a. En déduire le signe de part et d'autre des racines.
11. Dans les représentations ci-dessous donner :
 - (a) le signe de a,
 - (b) le nombre de racine,
 - (c) le signe du discriminant.



12. Donner l'intervalle pour lequel les polynômes suivants sont positifs :

$$P_1(x) = 10x^2 - 12x - 7; P_2(x) = -2x^2 - 3x + 14; P_3(x) = -8x + 2x^2 + 3$$

13. Indiquer à partir des représentations graphiques ci-dessous, l'intervalle pour laquelle la fonction est négative.



2.4 Somme et produit de racines

14. À partir des trois fonctions f, g et h tracées dans l'exercice précédent, mettre les polynômes sous la forme $x^2 - Sx + P = 0$ et identifier les valeurs de S et P , puis compléter le tableau suivant.

	a	b	c	x_1	x_2	$x^2 - Sx + P = 0$		$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$
						Valeur de S	Valeur de P				
$x^2 - x - 2 = 0$											
$\frac{1}{5}(x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}) = 0$											
$-x^2 - 2x + 3 = 0$											

15. En utilisant les expressions algébriques des racines, montrer la relation qui existe entre la somme des racines et les coefficients du polynôme.
16. En utilisant les expressions algébriques des racines, montrer la relation qui existe entre le produit des racines et les coefficients du polynôme.
17. En nommant S la somme des racines et P le produit des racines, exprimer le polynôme $ax^2 + bx + c = 0$ en fonction de S et P .
18. Dans les polynomes suivants, indiquer la somme et le produit des racines.
- (a) $x^2 - 6x + 8$
 - (b) $3x^2 - 60x + 192$
 - (c) $-2x^2 + 28x = 96$
19. Résoudre les systèmes :
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \times x_2 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 20 \\ x_1 \times x_2 = 64 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 14 \\ x_1 \times x_2 = 48 \end{cases}$$

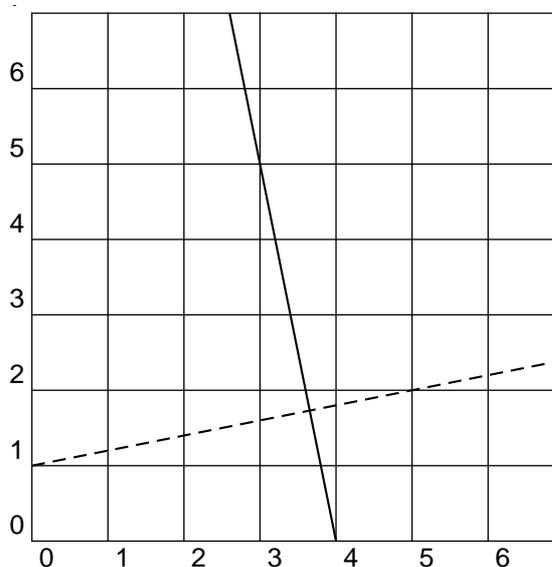
Chapitre 3

Fonctions usuelles

3.1 Fonctions linéaires et affines

1. Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui définissent des fonctions linéaires et des fonctions affines :
 $f(x) = \frac{x}{2}$; $g(x) = \frac{2}{x}$; $h(x) = 0,5 \cdot x$; $u(x) = x^2$; $v(x) = -2x$; $w(x) = x + 2$
2. Dire si les fonctions suivantes sont croissantes ou décroissantes : $f_1(x) = 0,2x$; $f_2(x) = -x$; $f_3(x) = -\frac{5x}{2}$;
 $f_4(x) = \frac{2x}{5}$; $f_5(x) = 3x - 4$; $f_6(x) = -2x - 3$; $f_7(x) = \frac{7}{4}x - \frac{1}{8}$; $f_8(x) = \frac{5}{3}x + 2$; $f_9(x) = 12 - \frac{1}{8}x$;
3. Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x + 1$ Compléter le tableau de valeurs suivant :

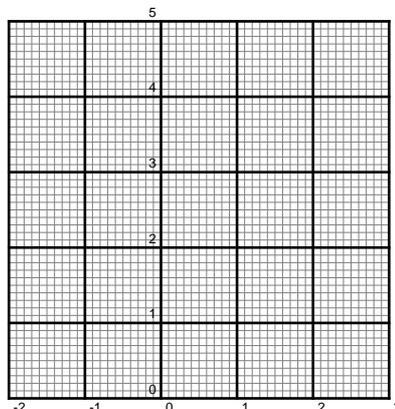
x	-1			2
$f(x)$		0	1,5	
4. Dans le cas d'un moteur asynchrone la caractéristique mécanique en fonctionnement est du type ci-dessous (trait plein) :



Déterminer les fonctions correspondantes et le point de fonctionnement de ce moteur en charge. La charge est indiquée en trait discontinu

3.2 Fonctions puissances

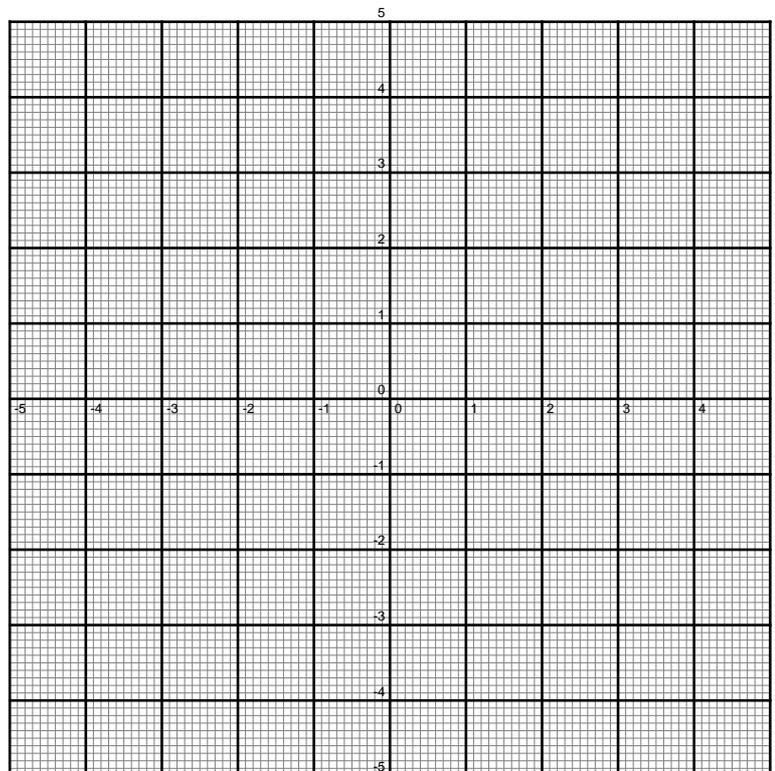
5. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$ sur l'intervalle $[-1;2]$. calculer $f(-1)$; $f(0)$; $f(0,5)$; $f(2)$ et tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-dessous :



6. Soit la fonction f définie par $h(x) = \frac{1}{x}$ sur l'intervalle $[-5;5]$. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$h(x)$											

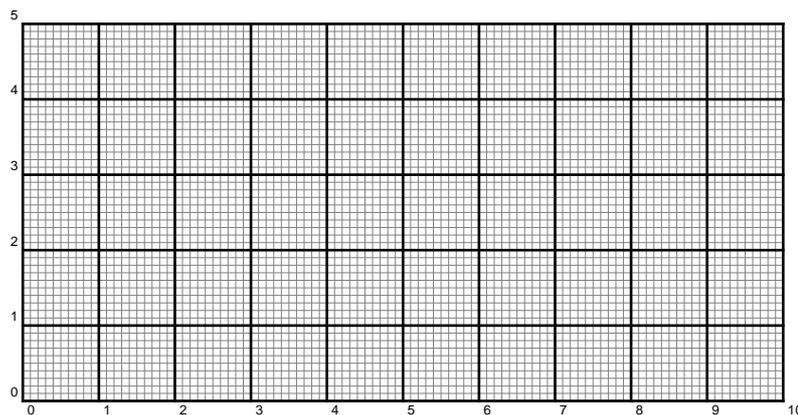
tracer la courbe représentative de h dans le repère ci-dessous :



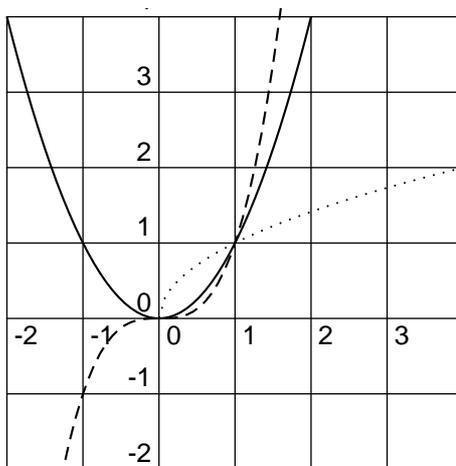
7. Soit la fonction f définie par $h(x) = \sqrt{x}$ sur l'intervalle $[0;10]$. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	1	3	4	5	6	7	8	9	10
$h(x)$										

tracer la courbe représentative de h dans le repère ci-après :

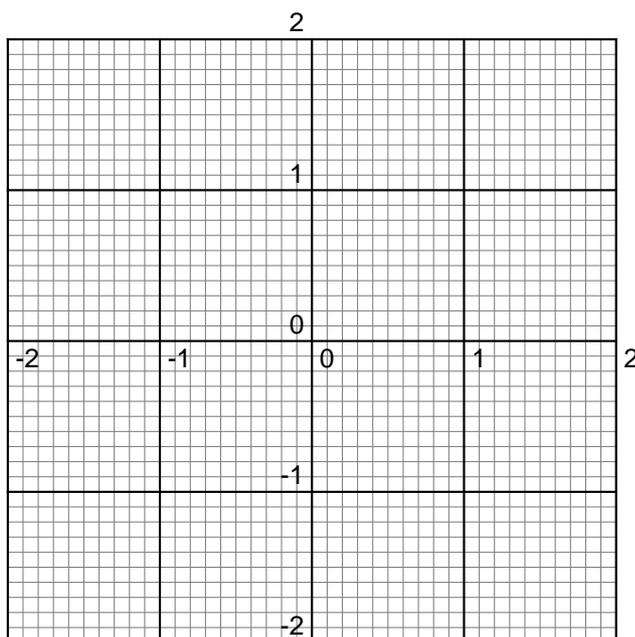


8. Indiquer à quelle fonction correspondent les tracés ci-dessous : $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = x^2$ et $h(x) = x^3$



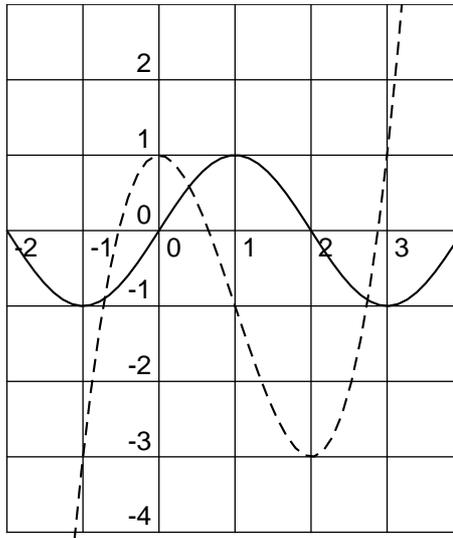
9. Représenter graphiquement la fonction $f(x) = \frac{1}{2x}$ et la droite d'équation $y = x - 0,5$ sur l'intervalle $[-2; 0[\cup]0; 2]$ puis résoudre graphiquement $\frac{1}{2x} = x - 0,5$ dans le repère ci-dessous :

x												
f(x)												



3.3 Fonctions trigonométriques

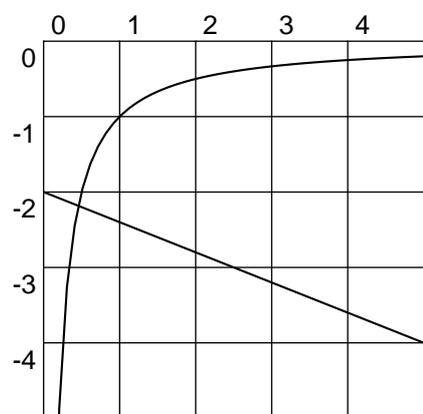
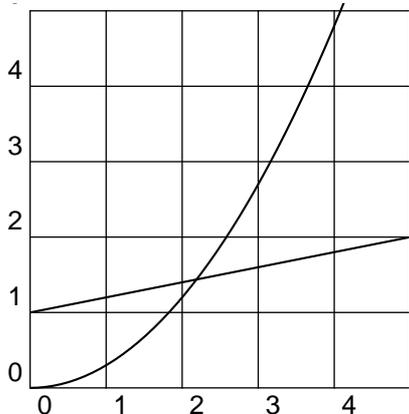
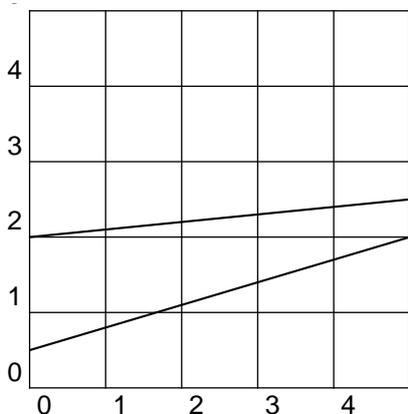
10. Donner le tableau de variation des courbes ci-dessus et ci-dessous :



3.4 Additions et multiplications

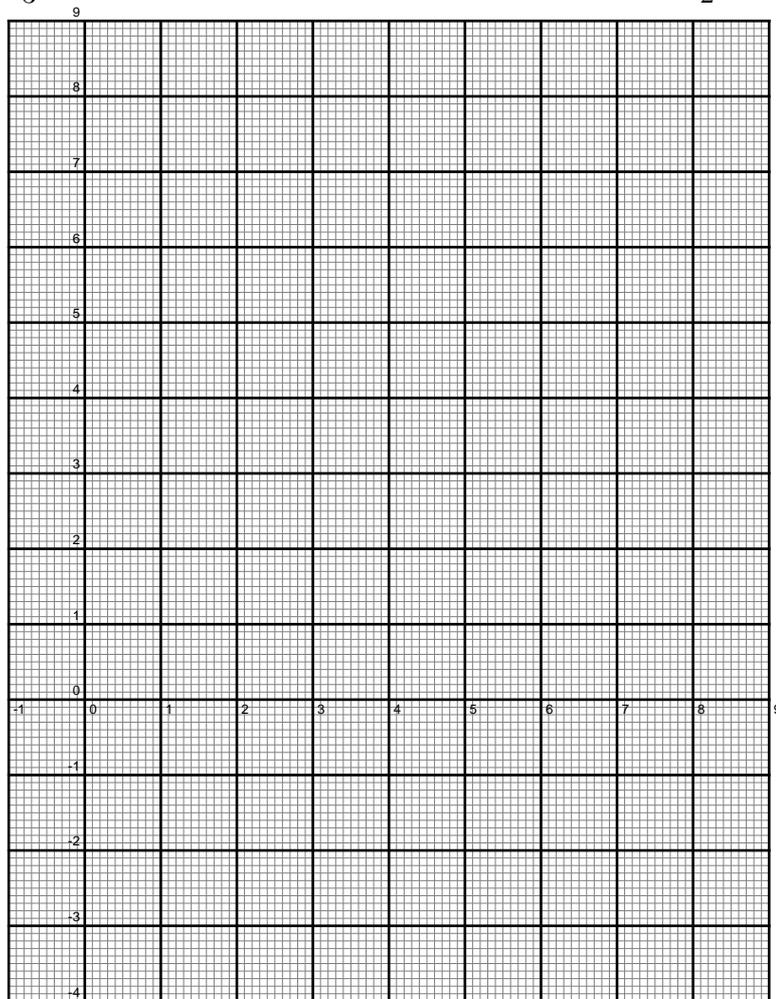
Ce paragraphe traite des additions de fonctions et des multiplications de fonctions par une constante.

11. Réaliser l'addition des fonctions suivantes



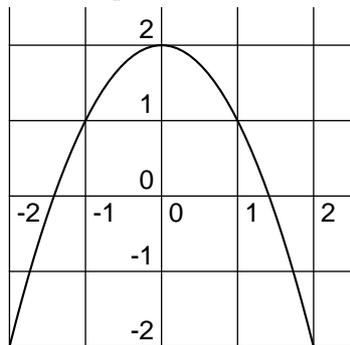
12. Tracer les fonctions suivantes sur le même graphique :

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 3; g(x) = -\frac{5}{3}x + 4; h(x) = f(x) + g(x); u(x) = 2g(x) \text{ et } v(x) = \frac{1}{2}f(x).$$

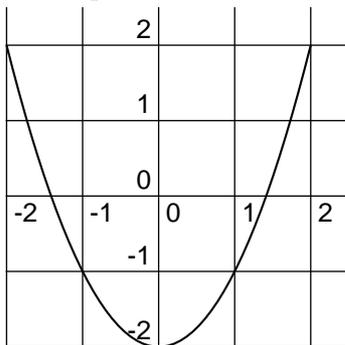


3.5 Comparaison de fonctions

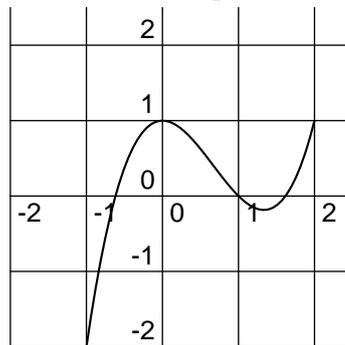
13. Dans les représentations ci-dessous indiquer les intervalles où les fonctions sont positives ou nulles.



$$f(x) = 2 - x^2$$

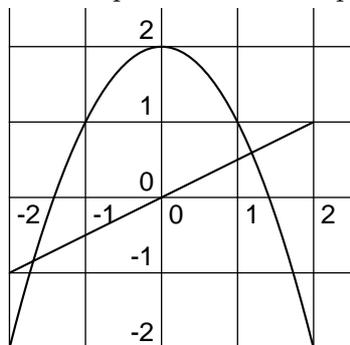


$$g(x) = -2 + x^2$$



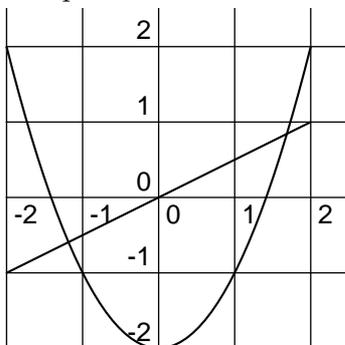
$$h(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

14. Dans les représentations ci-après indiquer les intervalles où les fonctions vérifient $f > g$



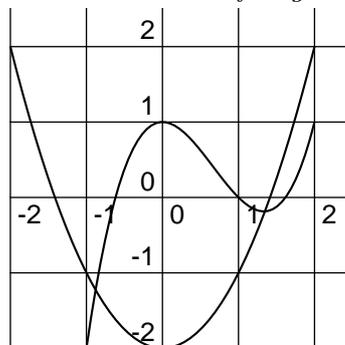
$$f(x) = 2 - x^2$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x$$



$$g(x) = -2 + x^2$$

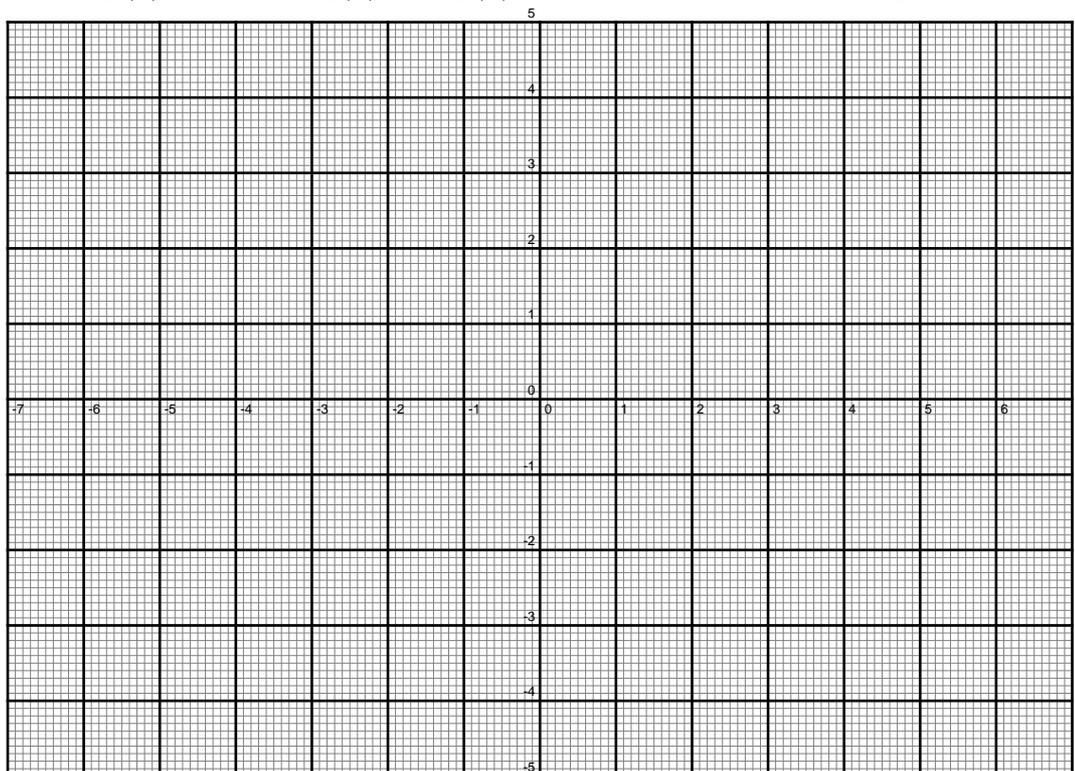
$$f(x) = \frac{1}{2}x$$



$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

$$g(x) = -2 + x^2$$

15. Tracer les fonctions $f(x) = x^2 - 3$ et $g(x) = -2f(x)$ et donner l'intervalle où $f \geq g$

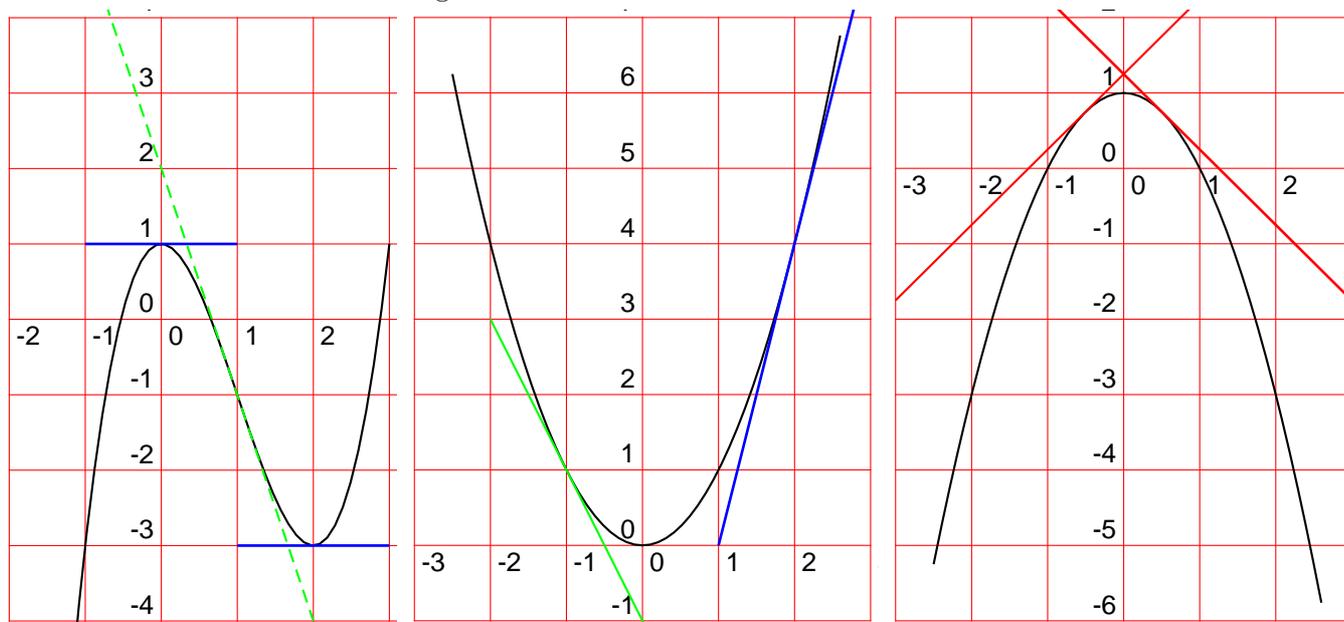


Chapitre 4

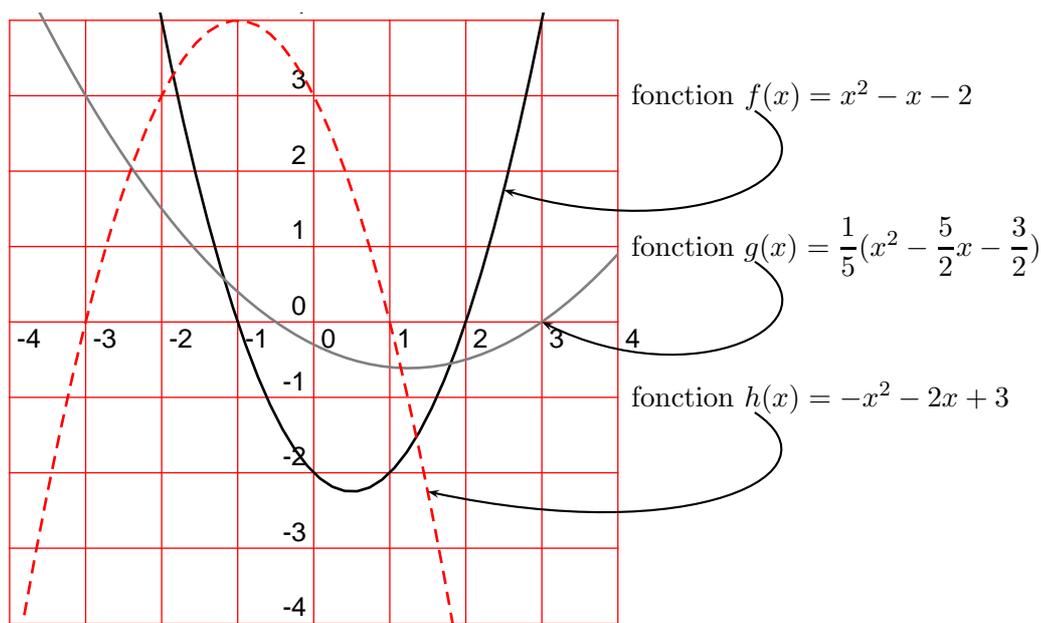
Dérivation

4.1 Introduction, nombre dérivé

- Déterminer pour chaque tangente aux courbes suivantes :
 - les coordonnées du point de la courbe où l'on a tracé la tangente,
 - le coefficient directeur de la tangente.



- Pour les trois fonctions précédentes, établir un tableau de variations sur les intervalles donnés.
 - pour $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ sur l'intervalle $[-1; 3]$,
 - pour $g(x) = x^2$ sur l'intervalle $[-2; 2]$,
 - pour $h(x) = 1 - x^2$ sur l'intervalle $[-2; 2]$.
- Quel lien peut-on faire entre la pente de la tangente (son coefficient directeur) et le sens de variation de la fonction ?
- Établir les fonctions dérivées des trois fonctions f, g et h sur les intervalles considérés.
- Calculer les nombres dérivés des fonctions f, g et h pour les valeurs de x correspondant aux abscisses des points déterminés à l'exercice 1.
- Que remarque-t-on entre le coefficient directeur des tangentes et les nombres dérivés associés ?
- Sur le graphique ci-dessous :



- (a) Exprimer la fonction dérivée de chacune des fonctions ci-dessus.
- (b) Tracer les tangentes d'abscisses respectives :
- pour f : en $x=1$,
 - pour g : en $x=-3$ et $x=3$,
 - pour h : en $x=-3$; $x=-1$ et $x=1$.
- (c) Donner l'équation de chacune des tangentes ci-dessus.

4.2 Fonctions dérivées

8. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

Sur l'intervalle $] -\infty; +\infty[$ la fonction $f(x) = x^4 + \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{3}{5} \cdot x^2 + 7$

Sur l'intervalle $]0; +\infty[$ la fonction $g(x) = 5 \cdot \sqrt{x}$

Sur l'intervalle \mathbf{R} la fonction $(x^2 + 3x + 4) \times (x + 5)$

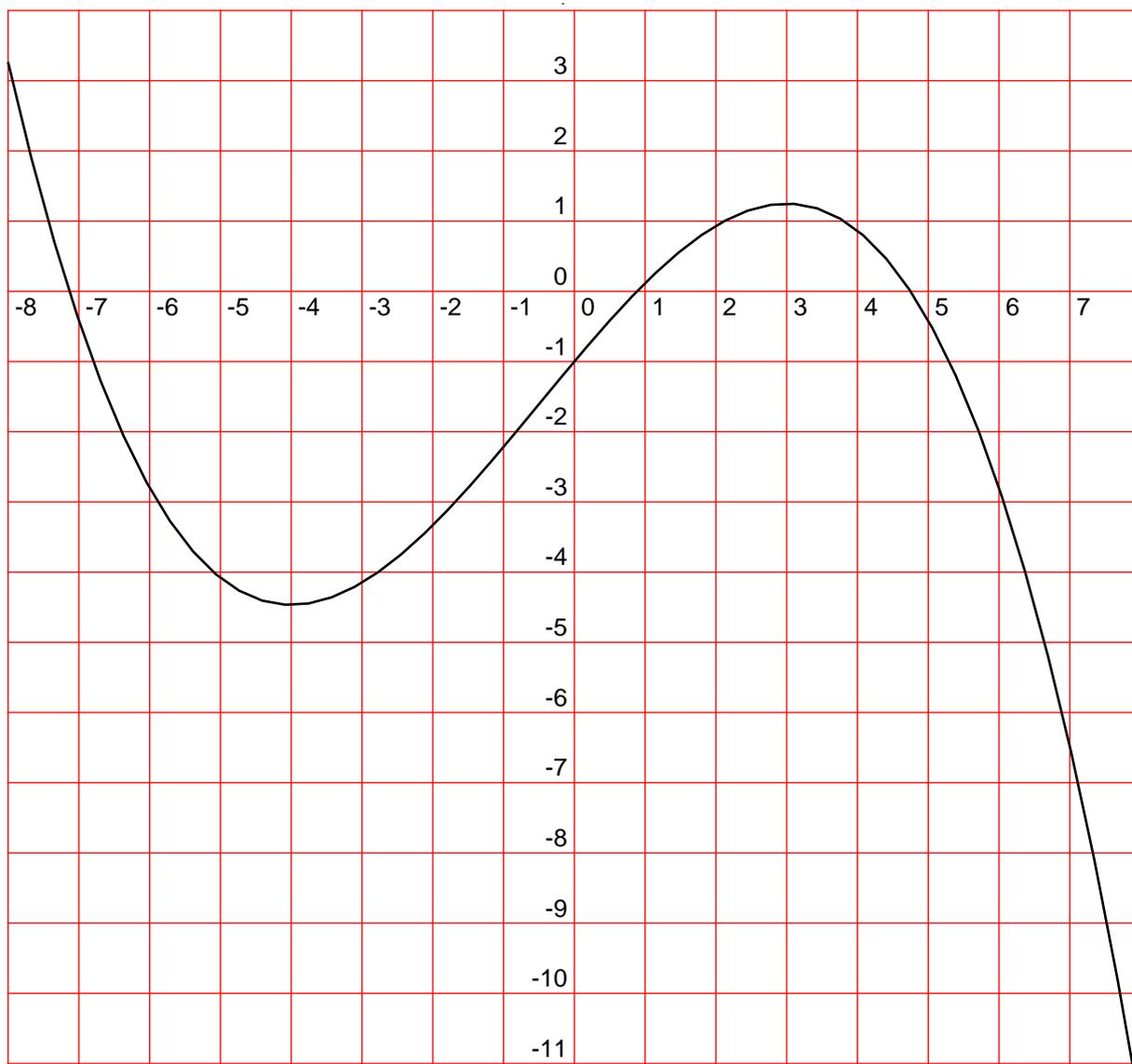
Sur l'intervalle $\mathbf{R} - \{-5\}$ la fonction $\frac{x^2 + 3x + 4}{x + 5}$

Sur l'intervalle $\mathbf{R} - \{0\}$ la fonction $\frac{2}{x}$

4.3 Étude des variations

9. Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes tracées précédemment :

- $f(x) = x^2 - x - 2$ sur l'intervalle $[-4; 4]$,
- $g(x) = \frac{1}{5}(x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2})$ sur l'intervalle $[-4; 4]$,
- $h(x) = -x^2 - 2x + 3$ sur l'intervalle $[-4; 4]$,
- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ sur l'intervalle $[-1; 3]$.



10. La fonction ci-dessus a pour expression $f(x) = -\frac{1}{30}x^3 - \frac{1}{20}x^2 + \frac{12}{10}x - 1$ et on l'étudie sur l'intervalle $[-4; 4]$.
- Exprimer la dérivée f' de la fonction f .
 - Étudier le signe de cette dérivée qui est une équation du second degré.
 - Dresser le tableau de variation de la fonction f .
 - Exprimer la dérivée seconde f'' de la fonction f .
 - Indiquer pour quelle valeur x_i cette dérivée seconde s'annule.
 - Calculer sous forme fractionnaire le nombre dérivé en ce point que l'on notera $f'(x_i)$
 - Exprimer l'équation de la tangente en ce point x_i (les coefficients de la droite seront mis exclusivement sous forme fractionnaire).