Nombres complexes 1er partie

**I ] Forme algébrique**

1. Définitions Il existe un ensemble noté , appelé **ensemble des nombres complexes** qui possède les propriétés suivantes :

*  contient l'ensemble des nombres réels (  )
* L'addition et la multiplication des nombres réels se prolongent aux nombres complexes.
* Le nombre complexe *i* est tel que ***i*² = -1**
* Un nombre complexe z s'écrit de façon unique sous la forme *a* + *b*i ; ***a* ∈ IR , *b* ∈ IR**

On dit que a + bi est la forme algébrique du nombre complexe *z*.

*a* est la **partie réelle** de *z*, on note *a* = Re(*z*)

*b* est la **partie imaginaire** de *z*, on note *b* = Im(*z*).

Les complexes de la forme ***b*i** avec *b* ∈ IR, sont appelés **imaginaires purs**.

2. Représentation géométrique d'un nombre complexe

Le plan rapporté à un repère orthonormal direct  est appelé **plan complexe**. Au nombre complexe *z* = *a* + *b*i , on peut associer le point M(*a* ; *b*) ou le vecteur (a ; b).

* L'axe des **abscisses** est appelé l'axe des **réels**
* L'axe des **ordonnées** est appelé l'axe des **imaginaires**.
* *z* = *a* + *b*i est **l'affixe** de M et de .
* M(*a* ; *b*) est **l'image** ponctuelle,  (a ; b) est l'image vectorielle de *z* = *a* + *b*i.
* Le point **Q (-a ; -b)** , symétrique de M par rapport à O a pour affixe **- z** , **opposé de z**.
* Le point **N(a ; -b)** , symétrique de M par rapport à l'axe des abscisses a pour affixe le nombre complexe appelé **conjugué de z** et noté . Si z = a + bi alors = a – bi .
* Si M a pour affixe *z* = *a* + *b*i et si M' a pour affixe *z*' = *a*' + *b*'i , alors

le vecteur  a pour affixe ***z*' - *z* = (*a*' - *a*) + (*b*' - *b*)i**

* le milieu I de a pour affixe *z*I = 

• le barycentre G de (M ; α) et (M ' ; β) a pour affixe *z*G =  (α + β 0) .

3. Propriétés dans : pour z = a + bi , z' = a' + b'i

* Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si, ils ont même partie réelle et même partie imaginaire. : z = z'  a = a' et b = b'
* Addition : z + z ' = (a + a' ) + i (b + b ' )
* Produit : z z ' = (a a' – b b' ) + i (a b' + b a' )
* Inverse : pour z non nul : 
* Quotient : pour z' non nul : 
* Propriétés de i : i² = -1 ; i3 = - i ; i4 = 1 ; .
* Propriétés des nombres complexes conjugués :

= z ;  =  +  ;  = -  ; =   ;

z  = (a + bi) ( a – bi) = a² + b² est un réel positif ou nul.

Si z' ≠ 0  ; 

z est réel ⇔ z =  ; z est imaginaire pur ⇔ z = - 