**La fonction exponentielle**

1. **Définition :** On appelle fonction exponentielle , l'unique fonction *f* dérivable sur , telle que

*f* ' = *f* et *f* (0)=1.

On note *f*(*x*) = **exp(*x*).**

Etymologie : **exponentielle** ( adjectif ou nom féminin) du latin *exponens* : dont l'exposant est variable ou inconnu.

1. **Propriétés de la fonction exponentielle** :
   1. la fonction exponentielle est dérivable sur  et ses dérivées successives lui sont égales.

**(exp)' (*x*) = exp(*x*)** ; (exp)(n) = exp

* 1. La fonction exp est continue sur  et **exp(0)=1**.

1. **Théorème**  : Pour tout réel *x* , exp(*x*) > 0 **ROC**

Conséquence : La fonction exponentielle est strictement croissante sur  ( car (exp) ' = exp > 0 )

1. **Théorème** : La fonction exponentielle est une bijection de  sur .

Conséquences : L'image de 1 par la fonction exponentielle est unique et est noté e ( **exp(1) = e1 = e** )

Ce **nombre e** est un nombre irrationnel proche de 2,718.

On peut alors adopter la notation **exp(*x*) = ex**

1. **Relation fonctionnelle :** Pour tous réels a et b , on a :

**exp(a+b) = exp(a) exp(b)** ou ea+b = ea ****eb **ROC**

Conséquences :  ;  ; 

Exercice 1 : Simplifier les expressions  ; 

Exercice 2 : Vérifier que pour tout réel *x* on a : 

1. **La fonction *f(x)* = e*x* = exp(*x*)**

**Etude des limites :** ; ;

asymptote d'équation *y* = 0 (=axe des abscisses) au voisinage de .

 donc pour x voisin de 0 on a : ex  1 + *x* , on a alors pour n assez grand 

et aussi  ; ;

Exercice 3 : Calculer  ;  et 

**Tableau de variation**  **Allure de la courbe**

|  |  |
| --- | --- |
| tableauExp | courbeEXP |

1. **Fonction composée : Propriété :** Soit u une fonction définie sur un intervalle I :

**(eu(*x*)) ' = u' (*x*) eu(*x*)**

Exercice 4 : *f (x)* = ex² + 3x ; *g(x)* =  déterminer I , *f* ' et *g'* .

Étudier  et  avec k constante positive, 2 fonctions très utiles en probabilité, statistiques ou en biologie.

1. **Equations ou inéquations avec exp** :
   1. Transformer l'équation ou l'inéquation pour obtenir exp( (u(*x*)) = exp(v(*x*)) ou < 0 ou > 0.
   2. Résoudre l'équation ou inéquation u(*x*)=v(*x*) ou u(*x*) < v(*x*) ou u(*x*) > v(*x*) car la fonction exp est continue et strictement croissante sur .

Exercice 5 : Résoudre dans  :  =  ; 

**Résolution d'équations ou d'inéquations avec des (exp )² ou (exp )3 ….. :**

* 1. Poser le changement de variable X = exp (u(*x*)) ; **il faut que X > 0**
  2. Résoudre l'équation ou inéquation avec les X.
  3. En déduire pour les X > 0 les solutions pour *x*

Exercice 6 : Résoudre dans  : 