

FONCTIONS COSINUS ET SINUS

Dans toute la suite, on définit un repère orthonormal $(O ; I ; J)$.

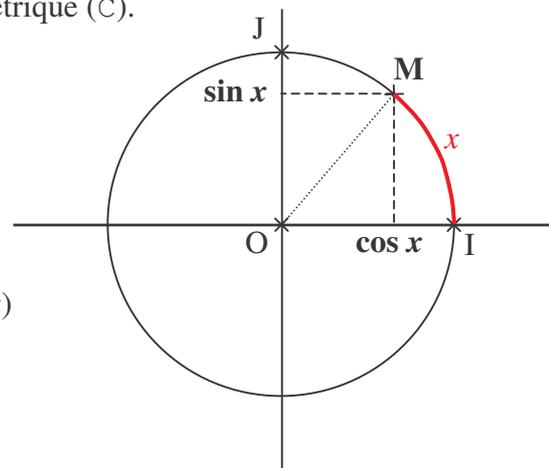
(C) est le cercle trigonométrique de centre O .

A. Cosinus et sinus d'un nombre réel

Définition

Soit x un nombre réel et M le point associé à x sur le cercle trigonométrique (C) .

- Le cosinus de x , noté $\cos x$, est l'abscisse du point M dans le repère $(O ; I ; J)$.
- Le sinus de x , noté $\sin x$, est l'ordonnée du point M dans le repère $(O ; I ; J)$.



Dans le repère $(O ; I ; J)$, le point M a pour coordonnées $(\cos x ; \sin x)$

Ex 1 :

- 1) Où se situe le point M pour $x = 0$?
- 2) Quelles sont alors les coordonnées du point M dans le repère $(O ; I ; J)$?
- 3) En déduire les valeurs de $\cos 0$ et $\sin 0$.

Ex 2 :

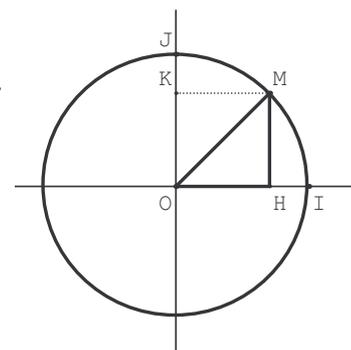
- 1) Où se situe le point M pour $x = \pi$?
- 2) Quelles sont alors les coordonnées du point M dans le repère $(O ; I ; J)$?
- 3) En déduire les valeurs de $\cos \pi$ et $\sin \pi$.

Ex 3 :

- 1) Où se situe le point M pour $x = \frac{\pi}{2}$?
- 2) Quelles sont alors les coordonnées du point M dans le repère $(O ; I ; J)$?
- 3) En déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{2}$.

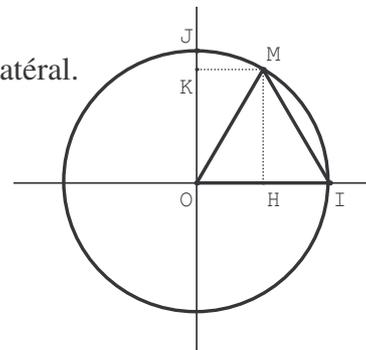
Ex 4 :

- 1) Sachant que l'angle HOM mesure 45° , justifier que le triangle HOM est isocèle.
- 2) Calculer OH et HM .
- 3) Quelles sont alors les coordonnées du point M dans le repère $(O ; I ; J)$?
- 4) En déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{4}$ et $\sin \frac{\pi}{4}$.



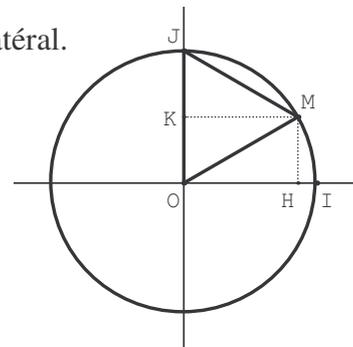
Ex 5 :

- 1) Sachant que l'angle HOM mesure 60° , justifier que le triangle OMI est équilatéral.
- 2) Calculer OH et HM.
- 3) Quelles sont alors les coordonnées du point M dans le repère (O ; I ; J) ?
- 5) En déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{3}$ et $\sin \frac{\pi}{3}$.



Ex 6 :

- 4) Sachant que l'angle HOM mesure 30° , justifier que le triangle OMJ est équilatéral.
- 5) Calculer OK et KM.
- 6) Quelles sont alors les coordonnées du point M dans le repère (O ; I ; J) ?
- 6) En déduire les valeurs de $\cos \frac{\pi}{6}$ et $\sin \frac{\pi}{6}$.



Bilan : Quelques valeurs remarquables

A l'aide des exercices précédents, compléter le tableau ci-dessous :

| | | | | | | |
|--------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| x | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π |
| cos x | | | | | | |
| sin x | | | | | | |

B. Fonctions trigonométriques

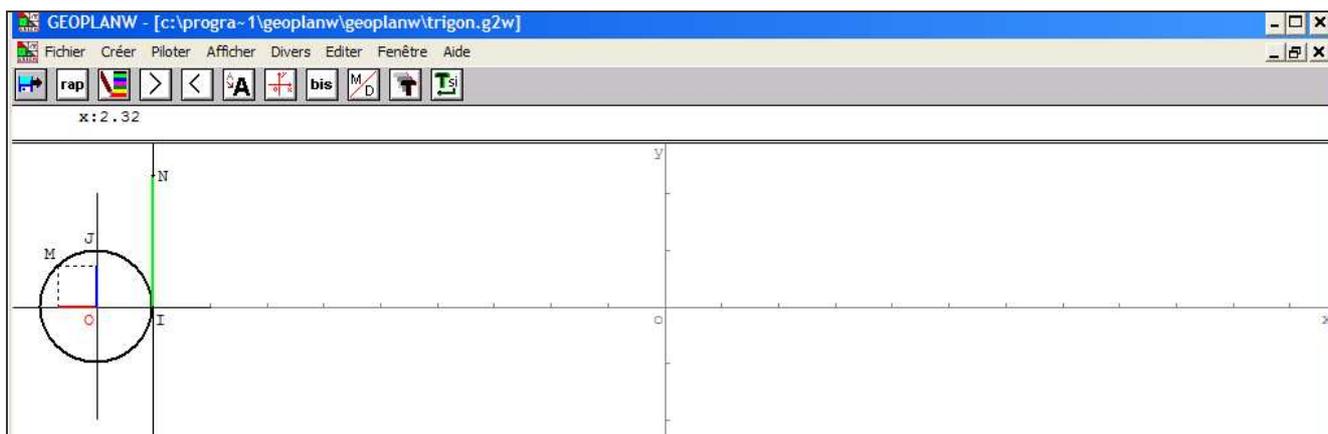
Définition

On appelle fonction cosinus la fonction, notée cos, qui à tout nombre réel x associe $\cos x$: $x \longmapsto \cos x$

On appelle fonction sinus la fonction, notée sin, qui à tout nombre réel x associe $\sin x$: $x \longmapsto \sin x$

Tracé des courbes représentatives des fonctions cos et sin à l'aide du logiciel GEOPLANW.

☞ Dans le dossier **math**, ouvrez le logiciel **GEOPLANW**, puis chargez la figure **trigon.g2w**.



- ☞ Créer le nombre C_x donnant l'abscisse du point M dans le repère (O ; I ; J) :

Créer ▷ **Numérique** ▷ **Calcul géométrique** ▷ **Abscisse d'un point dans un repère**.

et valider l'écran ci-dessous.

- ☞ Afficher le scalaire C_x avec 4 décimales.
- ☞ Créer le nombre S_x donnant l'ordonnée du point M dans le repère (O ; I ; J), puis afficher le scalaire S_x avec 4 décimales.
- ☞ La courbe représentative de la fonction cos est l'ensemble des points C ($x ; \dots\dots\dots$) avec $x \in \mathbb{R}$:

Créer ▷ **Point** ▷ **Point repéré** ▷ **Dans le plan**.

et valider l'écran ci-dessous.

- ☞ La courbe représentative de la fonction sin est l'ensemble des points S ($x ; \dots\dots\dots$) avec $x \in \mathbb{R}$:

Créer ▷ **Point** ▷ **Point repéré** ▷ **Dans le plan**.

et valider l'écran ci-dessous.

- ☞ L'icône  permet de modifier les couleurs et l'épaisseur des points C et S pour mieux les repérer.
Choisissez les couleurs adaptées à celles utilisées dans le cercle trigonométrique.

- ☞ Déplacez le point N sur la droite (d) et constatez les déplacements correspondants des points C et S.

- ☞ On souhaite afficher la trace des points C et S :

Afficher ▷ **Sélection trace** ▷ Sélectionner les points C et S ▷ **OK**.

- ☞ Pour tracer les courbes représentatives des fonctions cos et sin, activez l'icône  et déplacez le point N.
Vous pouvez piloter le point N à l'aide des flèches  .

Ex 1 :

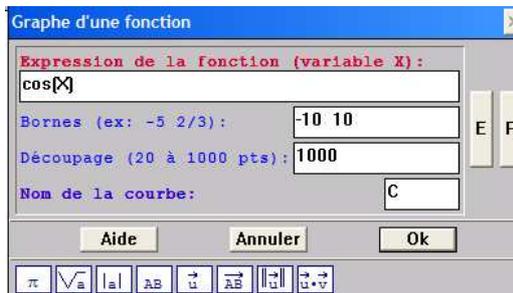
☞ Créer une nouvelle figure.

☞ On souhaite dessiner la courbe représentative (C) de la fonction $x \mapsto \cos x$:

Créer ▷ **Ligne** ▷ **Courbe** ▷ **Graphe d'une fonction**.

et valider l'écran ci-contre.

Colorier la courbe en rouge.



☞ Dessiner la courbe représentative (C') de la fonction $x \mapsto \cos (x+2\pi)$.

1) Que constate-t-on ?

2) Compléter la phrase suivante :

Pour tout réel x , $\cos (x+2\pi) = \dots\dots\dots$

Ex 2 :

☞ Créer une nouvelle figure.

☞ Dessiner la courbe représentative (C) de la fonction $x \mapsto \sin x$. Colorier la courbe en rouge.

☞ Dessiner la courbe représentative (C') de la fonction $x \mapsto \sin (x+2\pi)$.

1) Que constate-t-on ?

2) Compléter la phrase suivante :

Pour tout réel x , $\sin (x+2\pi) = \dots\dots\dots$

Ex 3 :

☞ Créer une nouvelle figure.

☞ Dessiner la courbe représentative (C) de la fonction $x \mapsto \cos x$. Colorier la courbe en rouge.

☞ Dessiner la courbe représentative (C') de la fonction $x \mapsto \cos (-x)$.

1) Que constate-t-on ?

2) Compléter la phrase suivante :

Pour tout réel x , $\cos (-x) = \dots\dots\dots$

Ex 4 :

☞ Créer une nouvelle figure.

☞ Dessiner la courbe représentative (C) de la fonction $x \mapsto \sin x$. Colorier la courbe en rouge.

☞ Dessiner la courbe représentative (C') de la fonction $x \mapsto \sin (-x)$.

1) Que constate-t-on ?

2) Compléter la phrase suivante :

Pour tout réel x , $\sin (-x) = \dots\dots\dots$