

EXERCICE N°1 :

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$.

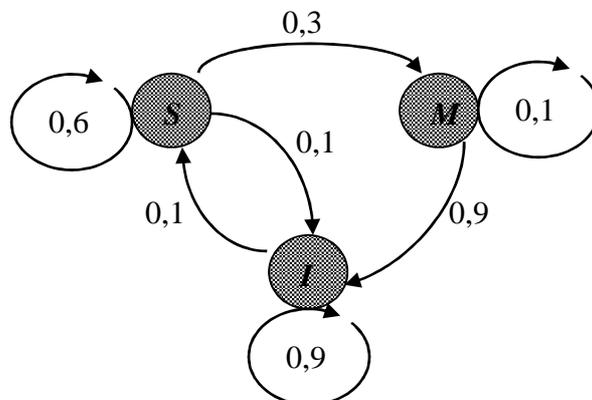
- 1) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son intervalle de définition.
- 2) Dresser le tableau des variations de f sur $]0; +\infty[$.

EXERCICE N°2 spécialité :

Un individu susceptible de contracter une maladie peut être dans un des trois états suivants : S (susceptible de tomber malade), M (infecté par la maladie) et I (immunisé).

Son état peut changer tous les mois selon certaines probabilités données dans le graphe ci-dessous.

La suite des matrices d'états (P_n) est une suite de matrices lignes considérant les états dans l'ordre S, M, I .



1. Déterminer la matrice A de transition de cette marche aléatoire, en considérant les états dans l'ordre S, M, I .
2. Déterminer A^2 .

On donne la propriété suivante :

Soit une marche aléatoire à N états ($N \geq 3$) dont la matrice de transition est A .

S'il existe un entier naturel n tel que la matrice A^n a tous ses coefficients strictement positifs, alors la suite des matrices d'états (P_n) converge vers S .

La limite S de cette suite (P_n) définit un état stable solution de l'équation $SA = S$

3. *a)* Justifier l'existence d'un état stable S .
- b)* Vérifier que $S = \begin{pmatrix} \frac{3}{16} & \frac{1}{16} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$.
- c)* Interpréter ce résultat.