

Solutions d'une relation de congruence

Énoncé

Le but du problème est de déterminer tous les entiers naturels n vérifiant la propriété \mathcal{P} : « $n^2 + 11$ est divisible par $n + 11$ ».

1. En utilisant un tableur ou une calculatrice déterminer tous les entiers naturels n inférieurs ou égaux à $121 = 11^2$ vérifiant la propriété \mathcal{P} .

Appeler l'examineur, lui donner le résultat trouvé et expliquer la méthode utilisée.

2. On se propose, dans cette partie 2., de démontrer que tout entier naturel n vérifiant la propriété \mathcal{P} est inférieur ou égal à 121.

(a) Pour tout n entier naturel, calculer $a = n^2 + 11 = (n + 11)(n - 11)$.

Appeler l'examineur, lui donner la valeur trouvée pour a et lui indiquer la méthode prévue pour résoudre la question 2.(b)

(b) Démontrer que tout n vérifiant la propriété \mathcal{P} est inférieur ou égal à 121.

3. Conclure en donnant l'ensemble des entiers naturels vérifiant la propriété \mathcal{P} .

Production demandée

- Explications orales pour les questions 1. et 2.(a) et 3. ;
- Réponse argumentée à la question 2.(b).

Quelques commentaires personnels sur la fiche 097
« solutions d'une relation de congruence »

n	n^2+11	$n+11$	
0	11	11	oui
1	12	12	oui
2	15	13	
3	20	14	
4	27	15	
5	36	16	
6	47	17	
7	60	18	
8	75	19	
9	92	20	
10	111	21	
11	132	22	oui
12	155	23	
13	180	24	

$$a = n^2 + 11 - (n^2 - 11^2) = 121 + 11 = 132$$

$$\text{or, si } n^2 + 11 = (n + 11)k \quad \text{alors } a = (n + 11)k - (n + 11)(n - 11) = (n + 11)(11 + k - n)$$

les propriétés demandées viennent.

Conclusion : sujet de spécialité simple.