

PGCD

Énoncé

Pour tout entier naturel n , on définit deux entiers a et b en posant :

$$a = 4n + 1 \quad \text{et} \quad b = 5n + 3$$

On s'intéresse aux valeurs du PGCD de a et de b en fonction de n .

1. Conjecture avec un logiciel ou une calculatrice :

- Sur un tableur, créer trois colonnes donnant les valeurs de n , a et b pour n variant de 0 à 100.
- Remplir la quatrième colonne avec les valeurs du PGCD de a et de b .

Appeler l'examineur pour vérification.
--

- Quelles semblent être les valeurs possibles de $\text{PGCD}(a, b)$?
- En observant les résultats obtenus sur le tableur, comment pensez vous pouvoir caractériser les valeurs de n telles que $\text{PGCD}(a, b) = 7$?

Appeler l'examineur pour vérification.
--

2. Démonstrations :

- Démontrer la conjecture faite au 1.(c)
- En raisonnant par disjonction des cas, déterminer les valeurs de n telles que

$$\text{PGCD}(a, b) = 7$$

Production attendue

- Réponses écrites aux questions 1.(c) et (d) et 2.(a) et (b).
 - Obtention à l'écran des valeurs demandées avec éventuellement impression.
-
-

Quelques commentaires personnels sur la fiche « PGCD » 029 2008

Bien vérifier que la fonction PGCD existe (par exemple avec Excel, charger au préalable les macros complémentaires « utilitaire d'analyse »)

La conjecture doit venir facilement ; mais, pourquoi limiter le raisonnement à la disjonction des cas ?

Ressemble beaucoup à un sujet d'écrit.

n	a	b	pgcd(a,b)
0	1	3	1
1	5	8	1
2	9	13	1
3	13	18	1
4	17	23	1
5	21	28	7
6	25	33	1
7	29	38	1
8	33	43	1
9	37	48	1
10	41	53	1
11	45	58	1
12	49	63	7
13	53	68	1
14	57	73	1
15	61	78	1
16	65	83	1
17	69	88	1
18	73	93	1
19	77	98	7
20	81	103	1

Conclusion : exercice de spécialité, intérêt « informatique » très réduit