BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2017

MATHÉMATIQUES

<u>Sciences et Technologies du Management et de la Gestion</u>

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

Calculatrice autorisée conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Le candidat doit traiter les 4 exercices.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7

L'annexe (page 7) est à rendre avec la copie.

Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

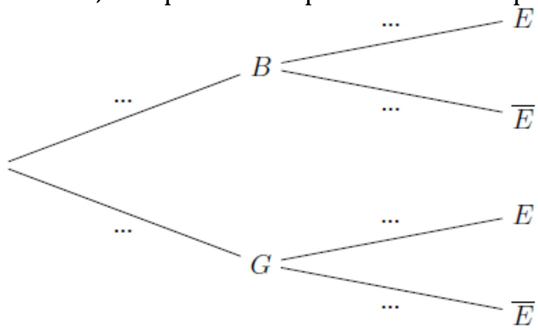
Si nécessaire, les probabilités seront arrondies au millième.

Partie A

Une coopérative de fruits doit calibrer sa production de cerises, c'est-à-dire les trier selon leur taille. Elle produit des cerises burlats et des cerises griottes.
Les cerises qui ont un calibre trop petit seront écartées du stock et ne pourront pas être commercialisées.
On sait que 70 % des cerises produites sont des burlats ; les autres sont donc des griottes.
Parmi les burlats, 10 % sont écartées et parmi les griottes 25 % le sont également.
On choisit au hasard une cerise dans le stock, avant le calibrage. On considère les événements suivants :

- B : « la cerise choisie est une burlat »,
- G : « la cerise choisie est une griotte »,
- E : « la cerise choisie est écartée du stock ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. a. Calculer la probabilité de l'événement $B \cap E$.
   b. Montrer que la probabilité que la cerise soit écartée du stock est égale à 0,145.

3. On sait à présent que la cerise choisie a été écartée du stock. On s'intéresse à la probabilité que ce soit une griotte.
   a. Comment note-t-on cette probabilité ?
   b. Calculer cette probabilité.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse à une autre coopérative qui produit exclusivement des cerises du type bigarreaux. On admet que la taille T, en millimètres, de ces bigarreaux suit une loi normale d'espérance $\mu = 22$ mm et d'écart-type $\sigma = 1{,}6$ mm.
Ces cerises sont réparties en trois catégories selon leur taille.

- « classique » si $21 \leq T \leq 23{,}6$
- « gourmande » si $T \geq 23{,}6$
- « déclassée » si $T \leq 21$.

On choisit au hasard une cerise dans le stock de cette coopérative.

1. Calculer la probabilité que la cerise choisie soit classique.
2. Calculer les probabilités $P(T \geq 23{,}6)$ et $P(T \leq 21)$. Interpréter ces deux résultats dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 (4 points)

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne l'évolution de la population en Inde de 1960 à 2010.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Année	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
2	Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Population y_i (en millions)	449	498	555	622	699	782	869	956	1042	1127	1206
4	Taux d'évolution de la population en % arrondi à 0,1%		10,9	11,4	12,1	12,4	11,9	11,1	10,0	9,0	8,2	7,0

Source: Banque mondiale (juillet 2015)

Lecture pour la ligne 4 : la taux d'évolution de la population entre les années 1990 et 1995 est d'environ 10 %.

Partie A : Calcul du taux d'évolution

1. Justifier par un calcul le taux d'évolution de la population en Inde entre 1960 et 1965, donné dans la cellule C4.
2. Quelle formule a été saisie dans la cellule C4 pour obtenir par recopie vers la droite jusqu'à la cellule L4, les taux d'évolution successifs jusqu'en 2010 ?
3. Peut-on dire que le taux d'évolution moyen de la population est de 0,22 % par an entre 1990 et 1995 ?

Partie B : Étude de la série statistique

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ est donné en **annexe à rendre avec la copie.**

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés.
   On arrondira les coefficients au dixième.

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 78x + 410$.

   a. Tracer la droite D dans le repère donné **en annexe, à rendre avec la copie**.
   b. À l'aide de ce modèle, estimer la population en Inde en 2020.
   c. En quelle année la population en Inde devrait-elle dépasser 1,5 milliard d'habitants ?

Exercice 3 (6 points)

Dans cet exercice, les parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

On s'intéresse à l'évolution du prix de l'abonnement, proposé dans l'offre « bleu ciel » d'un grand fournisseur français d'électricité.
On a reporté dans le tableau ci-dessous les cinq augmentations successives de ce prix.

Date	janvier 2014	novembre 2014	janvier 2015	aout 2015	janvier 2016
Augmentation en %	+3 %	+2,5 %	+2,5 %	+2,5 %	+2 %

Source : cre.fr

1. Justifier que le taux d'évolution global de ces cinq augmentations entre janvier 2014 et janvier 2016 est 13,1 % (valeur arrondie à 0,1 %).
2. Justifier que le taux d'évolution annuel moyen du prix de l'abonnement sur cette période est 2,5 %, arrondi à 0,1 %.

Partie B

En janvier 2016, le prix de l'abonnement, proposé dans l'offre « bleu ciel » était de 54 euros TTC.
On admet qu'à partir de janvier 2016, le tarif augmente **tous les six mois** (en janvier et en juillet) de 2,5 %.
Pour tout entier naturel n, V_n désigne une estimation du prix TTC de cet abonnement à l'électricité, n semestres après janvier 2016. Ainsi, $V_0 = 54$.

1. Déterminer la nature de la suite (V_n) ainsi que sa raison.
2. Exprimer V_n en fonction de n.
3. Calculer V_3 et interpréter le résultat obtenu. *On arrondira au centième.*
4. À partir de quand le prix de l'abonnement aura-t-il dépassé 65 euros ? Indiquer la méthode utilisée.

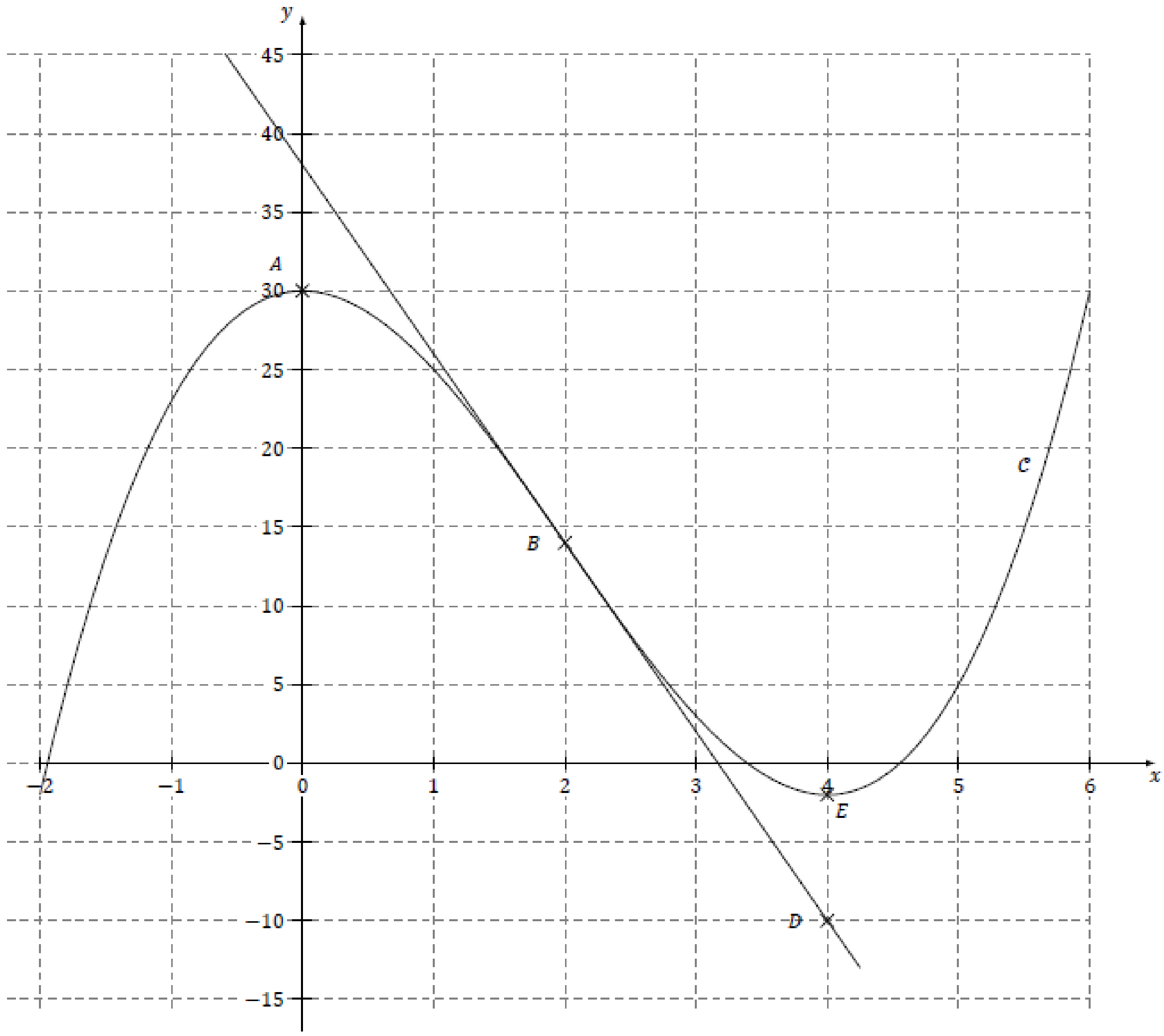
5. On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	V prend la valeur 54
	N prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $V < 70$
	V prend la valeur $1{,}025 \times V$
	N prend la valeur $N + 1$
	Fin Tant que
Sortie	Afficher N

La valeur de N affichée en sortie est 11. Que représente cette valeur dans le contexte de l'exercice ?

Exercice 4 (5 points)

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-2; 6]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}$ est donnée ci-dessous.
On considère les points A(0 ; 30), B (2 ; 14), D (4 ; -10) et E (4 ; - 2).
La droite (BD) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point B.
Les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$ aux points A et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



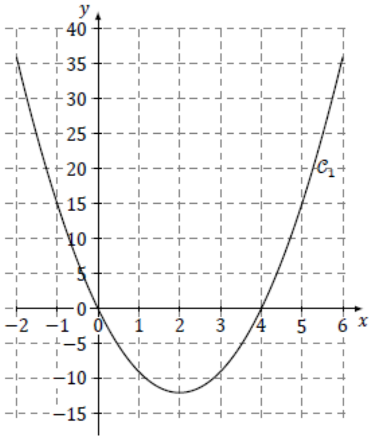
Partie A :

1. À l'aide des informations précédentes, compléter le tableau ci-dessous :

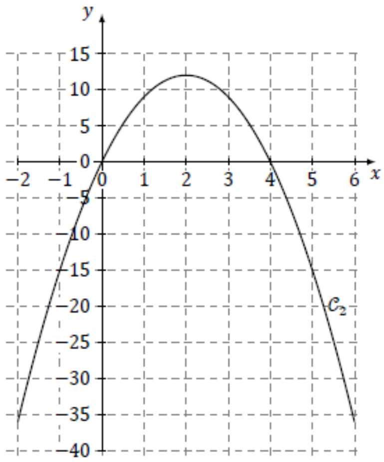
x	-2		...		4		6
Signe de $f'(x)$		...	...	...	...	...	
Variations de f	-2	↗	...	↘	-2	↗	...

2. Donner sans justification le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
3. Justifier que le coefficient directeur de la droite (BD) est -12. En déduire la valeur de $f'(2)$.

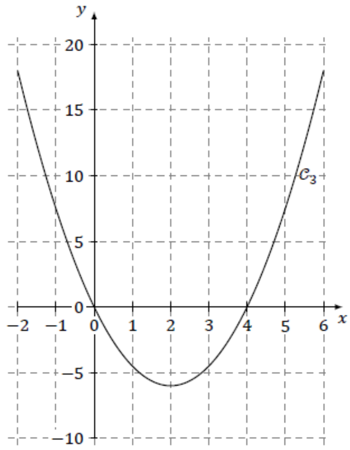
4. Parmi les courbes suivantes indiquez celle qui représente la fonction dérivée f'. On justifiera le choix.



Proposition 1



Proposition 2



Proposition 3

Partie B :

L'expression de la fonction f est donnée, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2; 6]$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 30$.

1. Calculer $f'(x)$, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2; 6]$.
2. En déduire une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 5.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 2 – PARTIE B