Étude d'un lieu de points

Énoncé

On considère le carré direct ABCD du plan orienté tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$. On appelle O le centre du carré. Un point M décrit le segment [DC]. La perpendiculaire à la droite (AM) passant par A coupe (BC) en N. On appelle I le milieu de [MN]. On se propose de déterminer le lieu des points I lorsque M décrit le segment [DC].

Étude expérimentale

1. Réaliser la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examinateur pour une vérification de la figure réalisée.

2. Mettre en évidence avec le logiciel la nature du triangle AMN.
3. Faire afficher le lieu des points I lorsque M décrit le segment [DC].

Appeler l'examinateur pour une vérification des conjectures et pour lui indiquer les méthodes prévues pour les démonstrations qui suivent.

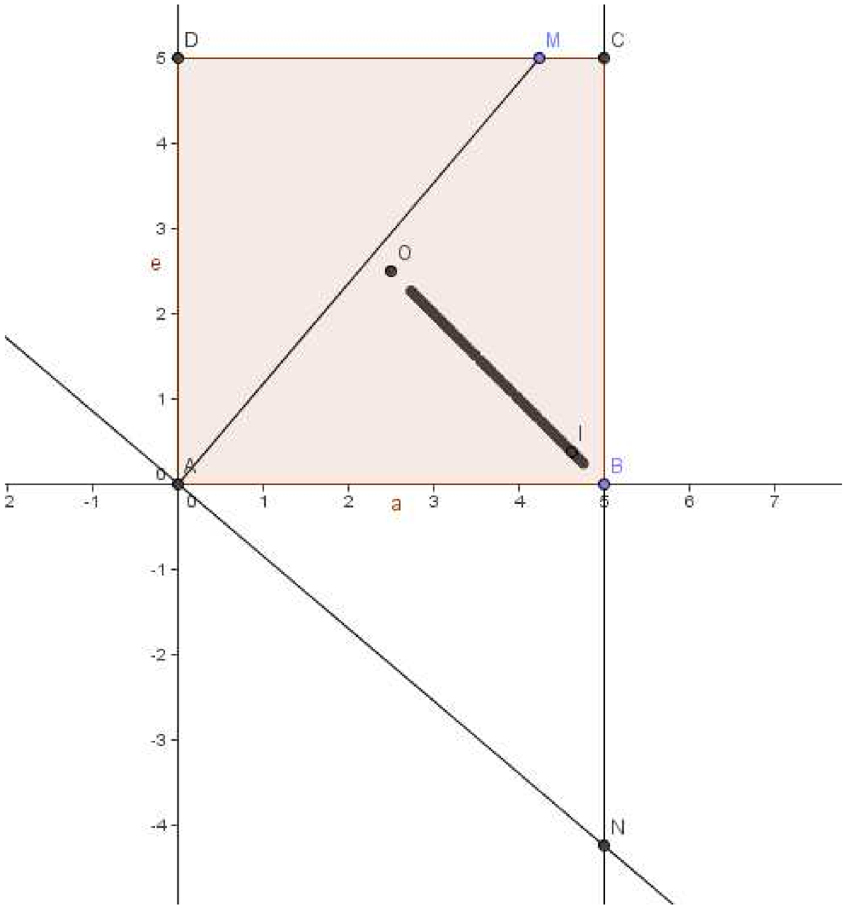
Démonstrations

4. Démontrer que le triangle AMN est rectangle isocèle (on pourra utiliser une rotation de centre A).
5. En déduire la nature du triangle AIM ; établir que le point I est l'image de M par une similitude S de centre A dont on précisera l'angle et le rapport.
6. Déterminer $S(D)$ et $S(C)$ puis conclure sur le lieu de points cherché.

Production demandée

- Figure réalisée avec un logiciel de géométrie dynamique
- Réponses argumentées pour les questions 5 et 6.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 020 2008
« Etude d'un lieu de points »



Construction simple.

La partie théorique est intéressante :

- la rotation transforme A en A , (DC) en (BC) , (AM) en (AN) donc l'intersection M en N avec de plus AM=AN
- AIM est isocèle rectangle
- la similitude transforme D en O, C en B et donc [DC] en [OB]

Peut se traiter facilement avec les nombres complexes.

Conclusion : bon sujet d'examen (spécialité), bien équilibré.

22/10/2008 Claude Poulin Nouméa