Les gnomons d'Al-Karagi

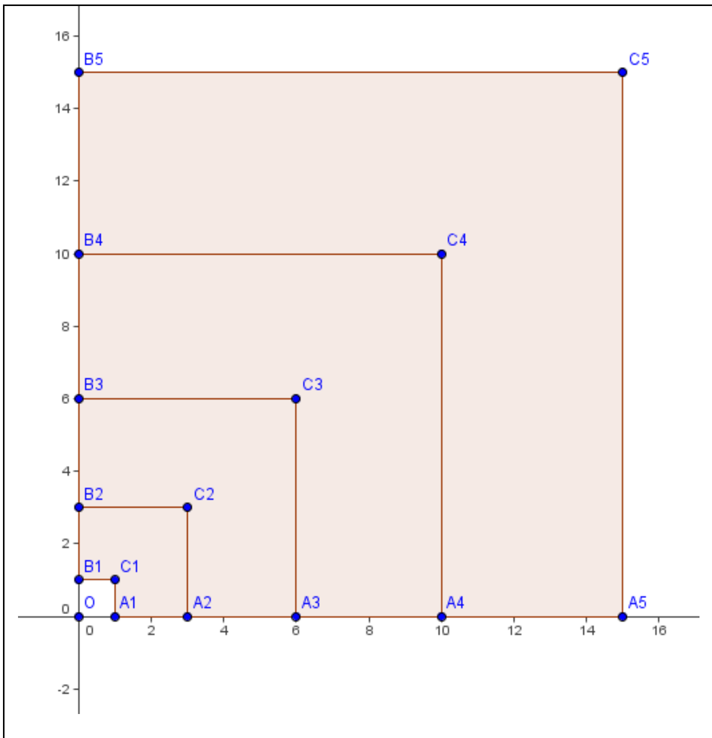
1. Expérimentation à l'aide d'un logiciel de géométrie: dans un repère, placer les points
A1 (1,0) A2(1+2,0) A3(1+2+3,0) A4(1+2+3+4,0) A5(1+2+3+4+5,0)
Puis B1 (0, 1) B2(0,1+2) B3(0,1+2+3) B4(0,1+2+3+4) B5(0,1+2+3+4+5)
Et enfin C1 (1,1) C2(1+2,1+2) C3(1+2+3, 1+2+3) C4(1+2+3+4, 1+2+3+4) C5(10,10)
Observer l'aire des gnomons (polygones en forme d'équerre) A2C2B2B1C1A1 , A3C3B3B2C2A2 , …
Que penser de $1^3 + 2^3$, de $1^3 + 2^3 + 3^3$, de $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$?

Appeler le professeur pour valider votre conjecture.

2. Expérimentation à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice:
Calculer les sommes $s_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$, puis $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$ pour n de 1 à 20
Comparer s_n et S_n

3. Démonstration:
Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n
$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$

Appeler le professeur pour vérification.



n	s_n	n^3	S_n	$(s_n)^2$
1	1	1	1	1
2	3	8	9	9
3	6	27	36	36
4	10	64	100	100
5	15	125	225	225
6	21	216	441	441
7	28	343	784	784
8	36	512	1296	1296
9	45	729	2025	2025
10	55	1000	3025	3025
11	66	1331	4356	4356
12	78	1728	6084	6084
13	91	2197	8281	8281
14	105	2744	11025	11025
15	120	3375	14400	14400
16	136	4096	18496	18496
17	153	4913	23409	23409
18	171	5832	29241	29241
19	190	6859	36100	36100
20	210	8000	44100	44100