Barycentre

Énoncé

On considère A, B et C trois points du plan et k un réel de l'intervalle $[-1;1]$.
On note G_k le barycentre du système de points pondérés :

$$\{(A, k^2+1); (B, k); (C, -k)\}$$

Le but de cet exercice est de déterminer le lieu des points G_k lorsque k décrit l'intervalle $[-1, 1]$.

1. Visualisation à l'aide d'un logiciel de géométrie :
   (a) Construire les points A,B,C, G_1 et G_{-1}.
   (b) Construire le point G_k puis visualiser l'ensemble des points G_k lorsque k décrit $[-1, 1]$.

   Appeler l'examinateur pour vérification.

   (c) Quelle est la nature de l'ensemble précédent ?
2. Justification mathématique :
   (a) Justifier, pour tout réel k de $[-1;1]$ l'existence du point G_k.
   (b) Démontrer que pour tout réel de l'intervalle $[-1;1]$, on a :

   $$\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$$

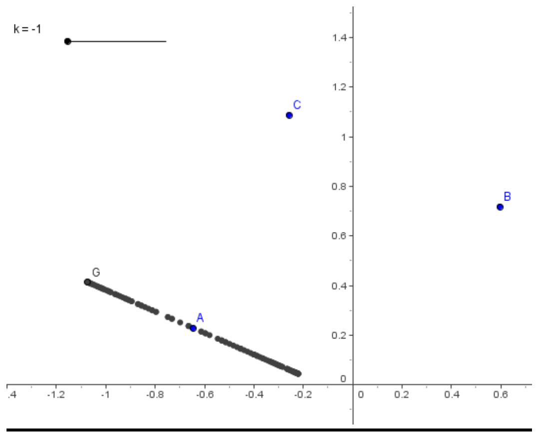
   (c) Démontrer la conjecture faite avec le logiciel.
   On pourra utiliser les variations de la fonction f définie sur $[-1;1]$ par

   $$f(x) = \frac{-x}{x^2+1}$$

Production attendue

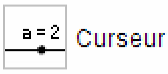
- Réponses écrites aux questions 1.(c) et 2. (a) et (b)
- Obtention à l'écran de la figure demandée à la question 1.

Quelques commentaires personnels sur la fiche 026 BARYCENTRE



GeoGebra :

Création d'une variable avec curseur :

En cliquant : 

, on le positionne et on obtient une fenêtre de dialogue où l'on doit saisir le nom de la variable, son type (nombre ou angle), l'intervalle de variation, le pas et l'incrément. La variable est utilisable dans tout calcul, et on a un curseur pour la faire varier. Le pas peut être modifié en cliquant à gauche sur le curseur ou sur le nom de la variable.

Création d'une variable à l'aide de la ligne de saisie : si on tape dans la ligne de saisie la séquence *k=0.5*, on crée une variable nommée k , initialisée à 0.5. Pour faire varier son contenu il faut la sélectionner avec la souris, dans la fenêtre d'algèbre et appuyer ensuite sur le flèches du clavier. En général le pas de variation est fixé à 0,1 et cette variable n'est pas bornée.

Il est possible de la borner et de modifier le pas en affichant ses propriétés (clic droit)

On place 3 points A, B et C

Les trois coefficients sont α= k*k+1, β= k + 0, γ= -k

G= ((α x(A) + β x(B) + γ x(C)) / (α + β + γ) , (α y(A) + β y(B) + γ y(C)) / (α + β + γ))

ou plus simple G= (α * A + β * B + γ * C) / (α + β + γ)

α + β + γ = k^2+1 étant différent de 0

il est facile de vérifier que

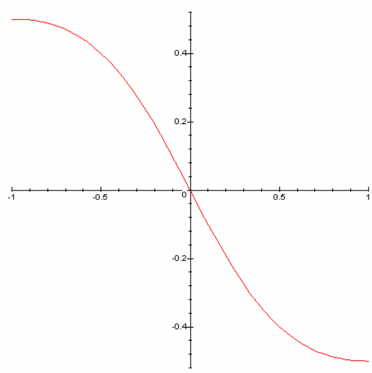
$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{BC}=\frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$$

d'où la conjecture proposée

L'étude de f telle que

$$f(x)=\frac{-x}{x^2+1}$$

sur [-1 ; 1] permettant de conclure.



Conclusion : sujet intéressant, utilisable en 1°S.

24/11/2008 Claude Poulin Nouméa

Un exemple de fiche de suivi, utilisée lors du passage de l'épreuve « sujet 026 BARYCENTRE»

Grille de correction - sujet n°26

Nom : ……………………………………………….

	Barême	points élève :
CONSTRUCTION et CONJECTURE		
1.a) Placer les points A, B et C	1	
Créer le curseur k : réel k dans [- 1 ; 1]	1	
Placer G1 : taper G = (2A + B - C) / 2 Puis renommer en G_1	1	
Placer G-1 : taper G = (2A - B + C) / 2 Puis renommer en G_{-1}	1	
1.b) Construire Gk : G_k = ((k² + 1)*A + k*B - k*C) / (k² + 1)	2	
Faire apparaître la trace de Gk	2	
Conjecturer que Gk décrit le segment [G1 ; G-1]	4	
DEMONSTRATION		
Justification mathématique	5	

Réactivité : ………… / 3

Note : ……. / 20

Cette fiche permet de suivre les 3 ou 4 candidats en parallèle, et sera une aide à la notation finale (sur le document officiel) :

Sujet 026 Épreuve pratique de mathématiques Fiche évaluation

Barycentre

Nom: **Prénom:** **Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- *La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.*
- *La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.*
- *La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examinateur sera globalement pris en compte de façon substantielle.*

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maitrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

Compétences évaluées	*Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examinateur)*
L'élève est capable de faire la construction demandée. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.	
L'élève est capable construire un lieu de points et de vérifier la conformité du résultat avec l'énoncé de la question. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral.	
L'élève utilise de façon pertinente l'aspect dynamique du logiciel afin d'explorer une situation, faire et faire évoluer des conjectures.	
L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir-faire mathématiques sur le sujet.	
L'élève propose une résolution correcte de l'exercice et est capable d'émettre un retour critique sur ses observations.	

Remarques complémentaires :