

## TRIGONOMETRIE

### Algorithme : mesure principale

Déterminer la mesure principale d'un angle orienté de mesure  $-\frac{115\pi}{4}$

Problématique : Appelons  $\theta$  la mesure principale,  $\theta$  et  $-\frac{115\pi}{4}$  sont deux mesures du même angle,

il existe donc un entier relatif  $k$  tel que  $\theta = -\frac{115\pi}{4} + 2k\pi$ . Comme  $\theta$  est la mesure principale, on a de plus  $-\pi < \theta \leq \pi$

Il s'agit donc de trouver  $k$  entier relatif tel que  $-\pi < -\frac{115\pi}{4} + 2k\pi \leq \pi$

Méthode : cherchons  $k \in \mathbb{Z}$  tel que  $-\pi < -\frac{115\pi}{4} + 2k\pi \leq \pi$

$$\begin{aligned} -\pi < -\frac{115\pi}{4} + 2k\pi \leq \pi &\Leftrightarrow -\pi + \frac{115\pi}{4} < 2k\pi \leq \pi + \frac{115\pi}{4} \\ \frac{111}{4}\pi < 2k\pi &\leq \frac{119}{4}\pi \\ \frac{111}{8} < k &\leq \frac{119}{8} \\ 13 + \frac{7}{8} < k &\leq 14 + \frac{7}{8} \end{aligned}$$

$k=14$  est donc l'entier recherché, ainsi la mesure principale est  $\theta = -\frac{115\pi}{4} + 2 \times 14 \times \pi = -\frac{3\pi}{4}$

$$\begin{aligned} -\pi < \frac{88\pi}{3} + 2k\pi &\leq \pi \\ -\frac{91}{3}\pi < 2k\pi &\leq -\frac{85}{3}\pi \\ \bullet \text{ cherchons } k \in \mathbb{Z} &\text{ tel que } \\ -\frac{91}{6} < k &\leq -\frac{85}{6} \\ -15 - \frac{1}{6} < k &\leq -14 - \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$k=-15$  convient, ainsi la mesure principale est  $\theta = \frac{88\pi}{3} + 2 \times (-15)\pi = -\frac{2\pi}{3}$

## Algorithme

Une mesure (en radians)  $M$  étant donnée, on voudrait mettre au point un algorithme pour qu'une calculatrice ou un ordinateur puisse déterminer la valeur de l'entier  $k$  qui permet en calculant  $M+k \times 2\pi$  de trouver la mesure principale correspondante.

Ci-dessous  $M_p$  désigne la mesure principale correspondant à  $M$ .

C'est-à-dire qu'on veut trouver  $k$  tel que  $M_p = M + k \times 2\pi$

### Analyse du problème : en exploitant la méthode utilisée à l'exercice 6

On cherche l'entier  $k$  tel que :  $-\pi < M + k \times 2\pi \leq \pi$

$$-\pi - M < k \times 2\pi \leq \pi - M$$

Ce qui est équivalent à  $\frac{-\pi - M}{2\pi} < k \leq \frac{\pi - M}{2\pi}$

Il s'agit donc de trouver le plus grand entier  $k$  inférieur ou égal à  $\frac{\pi - M}{2\pi}$

Si on dispose d'une instruction permettant de trouver ce plus grand entier  $k$ , on pourra rédiger l'algorithme suivant :

#### Entrées

Demander la mesure  $M$

#### Traitement

Mettre « plus grand entier inférieur ou égal à »  $\frac{\pi - M}{2\pi}$  dans  $k$

#### Sorties

Afficher  $k$

## Calculatrices Casio

### Exemple de programme donnant la valeur k telle que

$$\text{Mesure principale} = \text{Mesure donnée} + k \times 2\pi$$

Une mesure M étant donnée, il permet de calculer, grâce à la valeur de k trouvée par la calculatrice, la mesure principale correspondante.

Menu Prgm

Créer un nouveau programme (F3) le nommer MESPRIN1

<pre>"MESURE M"?→M↵ Intg ((π-M)÷(2π))→K↵ "MP= M+ K×2π AVEC K= "↵ K↵ Stop</pre>	<p>" s'obtient avec les <b>anciennes calculatrices</b> par la touche SHIFT et touche ALPHA, un menu apparaît, choisir F2 ou sinon par le menu SYBL lorsqu'il est affiché.</p> <p>" avec les <b>calculatrices usb</b> directement par les touches SHIFT et <math>\times 10^x</math></p> <p>? s'obtient par SHIFT VARS puis F4</p> <p>→ s'obtient directement par la Touche →</p> <p>↵ symbolise l'appui sur la touche EXE</p> <p><b>Intg</b> s'obtient par Touche OPTN à côté de Shift puis Touche F6 puis Touche F4 (NUM) puis Touche F5 (Intg)</p> <p>↵ s'obtient par SHIFT VARS puis F5</p> <p>Stop s'obtient par SHIFT VARS et F2</p>
--	--

## Calculatrices Ti

### Exemple de programme donnant la valeur k telle que

$$\text{Mesure principale} = \text{Mesure donnée} + k \times 2\pi$$

Une mesure M étant donnée, il permet de calculer, grâce à la valeur de k trouvée par la calculatrice, la mesure principale correspondante.

Touche Prgm

Créer un nouveau programme : avec la flèche droite sélectionner en haut de l'écran : Nouv ou New

Nom du programme : MESPRIN1

<pre>:Disp "MESURE M" :Prompt M :partEnt((π-M)/(2π))→K :Disp "MP=M+K*2π" :Disp "AVEC K=",K :Stop</pre>	<p>partEnt s'obtient par Touche math puis sélectionner avec la flèche droite Num en haut de l'écran puis partEnt(</p> <p>Avec une version anglaise Touche math puis sélectionner avec la flèche droite Num en haut de l'écran puis choisir int</p>
--	--

### **Analyse du problème : en exploitant une autre méthode**

Par exemple, si on ne dispose pas de l'instruction « plus grand entier  $k$  inférieur ou égal à »

#### **Entrées**

Demander la mesure  $M$

#### **Traitement**

Si  $M \in ]-\pi ; \pi]$  alors il n'y a rien à faire :  $M$  est la mesure principale et on a  $k=0$

Si  $M \leq -\pi$  c'est que  $M$  « dépasse »  $M_p$  au moins d'un tour négatif

Ajoutons une 1<sup>ère</sup> fois  $2\pi$ , c'est à dire calculons  $A=M+1 \times 2\pi$

Si  $A > -\pi$   $A$  est la mesure principale, il faut s'arrêter et on trouve  $k=+1$

Si  $A \leq -\pi$  il faut recommencer la procédure et augmenter  $k$  de 1 et ce jusqu'à ce que  $A > -\pi$

Si  $M > \pi$ , c'est que  $M$  dépasse  $M_p$  au moins d'un tour positif.

Retirons une 1<sup>ère</sup> fois  $2\pi$ , c'est à dire calculons  $A=M-1 \times 2\pi$ ,

si  $A \leq \pi$ ,  $A$  est la mesure principale, il faut s'arrêter et on trouve  $k=-1$

Si  $A > \pi$ , il faut recommencer la procédure et diminuer  $k$  de 1 et ce jusqu'à ce que  $A \leq \pi$

#### **Sorties**

Afficher le nombre  $k$

Remarque : trois nombres apparaissent dans cet algorithme :  $M$ ,  $A$  et  $k$  on les appelle les variables

#### **Variables**

$M$  sera donnée par l'utilisateur et ne sera pas modifiée par l'algorithme

$A$  sera le lieu de stockage du résultat du calcul « mesure précédente  $+2\pi$  (ou  $-2\pi$ )

$k$  sera le lieu de stockage du nombre de fois qu'a été effectué  $+2\pi$  ou  $-2\pi$

### **Rédaction de l'algorithme**

#### **Entrées**

Demander  $M$  à l'utilisateur

#### **Traitement**

Initialiser  $k$  à la valeur 0 c'est à dire mettre 0 dans  $k$

Mettre  $M$  dans la variable  $A$

Tant que  $A > \pi$  faire

Mettre  $A-2\pi$  dans  $A$

Mettre  $k-1$  dans  $k$

Fin tant que

Tant que  $A \leq -\pi$  faire

Mettre  $A+2\pi$  dans  $A$

Mettre  $k+1$  dans  $k$

Fin tant que

#### **Sorties**

Afficher  $k$

Date :

Casio : Nom du programme : MESPRIN2

<pre>"MESURE M"?→M↵ M→A↵ 0→K↵ While A≤-π↵ A+2×π→A↵ K+1→K↵ WhileEnd↵ While A&gt;π↵ A-2×π→A↵ K-1→K↵ WhileEnd↵ "MP=M+K×2π AVEC "↵ "K="↵ K↵ Stop</pre>	<p>" s'obtient par nouvelles calculatrices ALPHA et touche <math>\times 10^x</math>, anciennes calculatrices, menu SYBL (F6) s'il est à l'écran ou SHIFT et ALPHA puis F2</p> <p>? s'obtient par SHIFT VARS puis F4</p> <p>→ s'obtient directement Touche →</p> <p>↵ symbolise l'appui sur la touche EXE</p> <p>While s'obtient par SHIFT VARS, COM (F1), ▷ (F6), ▷ (F6), While (F1)</p> <p>≤ s'obtient par SHIFT VARS, ▷ (F6), REL (F3), F5</p> <p>WhileEnd s'obtient par SHIFT VARS, COM (F1), ▷ (F6), ▷ (F6), WEnd (F2)</p> <p>&gt; s'obtient par SHIFT VARS, ▷ (F6), REL (F3), F3</p> <p>↵ s'obtient par SHIFT VARS puis F5</p>
--	---

Le programme suivant est une variante du programme MESPRIN2

Expliquer

Nom du programme : MESPRIN3

<pre>"MES M"?→M↵ 0→K↵ If M≥0↵ Then -1→S↵ Else 1→S↵ IfEnd↵ M→A↵ While A≤-π Or A&gt;π↵ A+2×S×π→A↵ K+S→K↵ WhileEnd↵ "MP= M+K×2π AVEC "↵ "K="↵ K↵ Stop</pre>	<p>↵ symbolise l'appui sur la touche EXE</p> <p>" s'obtient par ALPHA et touche <math>\times 10^x</math></p> <p>? s'obtient par SHIFT VARS puis F4</p> <p>→ s'obtient directement Touche →</p> <p>If, Then, Else, IfEnd s'obtiennent par SHIFT VARS, COM (F1)</p> <p>≤ et &gt; s'obtiennent par SHIFT VARS, ▷ (F6), REL (F3)</p> <p>While s'obtient par SHIFT VARS, COM (F1), ▷ (F6), ▷ (F6), While (F1)</p> <p>Or s'obtient par Touche OPTN puis ▷ (F6), ▷ (F6), LOGIC (F4)</p> <p>WhileEnd s'obtient par SHIFT VARS, COM (F1), ▷ (F6), ▷ (F6), WEnd (F2)</p> <p>↵ s'obtient par SHIFT VARS puis F5</p>
--	--

T.I. Nom du programme : MESPRIN2

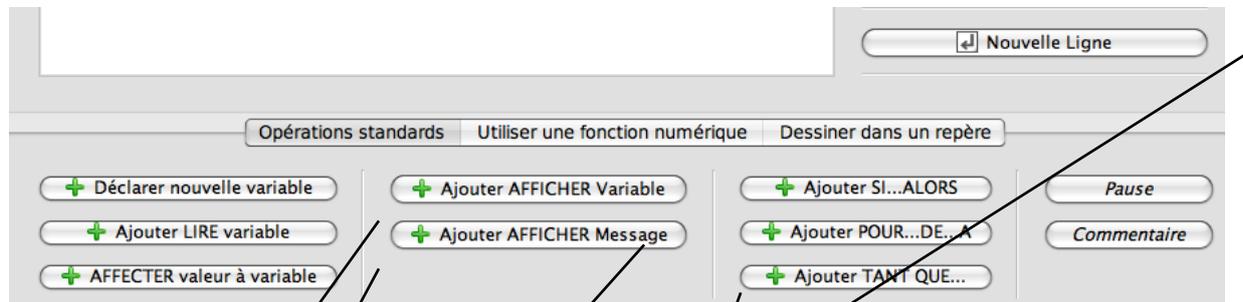
<pre> :Ø→K :Disp "MESURE M" :Prompt M :M→A :While A≤-π :A+2*π→A :K+1→K :End :While A&gt;π :A-2*π→A :K-1→K :End :Disp "MP=M+K*2π" :Disp "AVEC K=",K :Stop </pre>	<p>Appuyer sur la touche Entrer ou Enter à la fin de chaque instruction  → s'obtient directement Touche sto→ (au dessus de ON)  Disp : touche prgm puis E/S ou I/O et Disp  " s'obtient par Touche Alpha et touche +  Prompt: touche prgm puis E/S ou I/O et Prompt  While s'obtient par Touche prgm, puis CTL et  ≤ s'obtient par les touches 2<sup>nde</sup> et math (test)  End s'obtient par touche prgm puis CTL et End  &gt; s'obtient par les touches 2<sup>nde</sup> et math (test)  Stop s'obtient par touche prgm puis CTL et défilement jusqu'à Stop</p>
---	---

Le programme suivant est une variante du programme MESPRIN2  
Expliquer

<pre> :Ø→K :Disp "MESURE M" :Prompt M :If M≥Ø :Then :-1→S :Else :1→S :End :M→A :While A≤-π ou A&gt;π :A+2*S*π→A :K+S→K :End :Disp "MP=M+K*2π" :Disp "AVEC K=",K :Stop </pre>	<p>If, Then, Else s'obtiennent par touche prgm puis CTL  OU s'obtient par touches 2<sup>nde</sup> Math, puis choisir LOGIQUE  Si la calculatrice est en anglais, c'est OR au lieu de OU toujours grâce à 2<sup>nde</sup> Math, puis choisir LOGIC</p>
--	---

Le logiciel Algobox est libre et gratuit et peut être téléchargé à l'adresse suivante : <http://www.xmlmath.net/algobox/download.html>

Pour se familiariser avec son utilisation, essayez de créer l'algorithme proposé ci-dessous.



```

1 VARIABLES
2 k EST_DU_TYPE NOMBRE
3 M EST_DU_TYPE NOMBRE
4 Mp EST_DU_TYPE NOMBRE
5 DEBUT_ALGORITHME
6 k PREND_LA_VALEUR 0
7 AFFICHER "Entrer la mesure M en radians"
8 LIRE M
9 AFFICHER M
10 Mp PREND_LA_VALEUR M
11 TANT_QUE (Mp <= Math.PI) FAIRE
12   DEBUT_TANT_QUE
13   Mp PREND_LA_VALEUR Mp+2*Math.PI
14   k PREND_LA_VALEUR k+1
15   FIN_TANT_QUE
16 TANT_QUE (Mp > Math.PI) FAIRE
17   DEBUT_TANT_QUE
18   Mp PREND_LA_VALEUR Mp-2*Math.PI
19   k PREND_LA_VALEUR k-1
20   FIN_TANT_QUE
21 AFFICHER "La mesure principale est Mp=M+k*2*Pi avec k="
22 AFFICHER k
23 FIN_ALGORITHME

```

Tester l'algorithme avec  $M = \frac{3\pi}{2}$  (il faut saisir  $3 * \text{Math.PI} / 2$ ) on trouve  $k = -1$ ,  $M = -\frac{115\pi}{4}$  on trouve  $k = 14$

Pour  $M = \pi$  et pour  $M = -\pi$ , on n'obtient pas les valeurs correctes pour  $k$ , pourtant l'algorithme est correct. A ton avis, pourquoi rencontre-t-on ce problème ? Tu peux tester l'algorithme en cochant la case Pas à Pas.

Ajouter des instructions dans le programme pour obtenir la valeur correcte de  $k$  pour  $M = \pi$  et  $M = -\pi$