

❧ Baccalauréat L Nouvelle-Calédonie ❧
Épreuve de spécialité - novembre 2011
Durée : 3 heures

EXERCICE 1

5 points

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Dans cet exercice, on utilise l'annexe 1 qui sera rendue avec la copie.

Partie A

Dans cette partie, on considère la fonction définie sur $[-5; 3]$ par

$$f(x) = (ax + b)e^{0,5x},$$

où a et b sont deux réels fixés.

On donne en annexe 1, la courbe représentative de la fonction f ainsi que la tangente à cette courbe au point d'abscisse 0.

1. En s'aidant uniquement du graphique répondre aux questions suivantes :
 - a. Donner la valeur de $f(0)$.
 - b. Expliquer pourquoi $f'(0) = 4$.
2. Calculer a et b et en déduire une expression de $f(x)$.
3. En s'aidant du graphique, déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$.
On précisera le signe des solutions et on fera apparaître les traits de construction sur le graphique donné en annexe 1.

Partie B

Dans cette partie, on considère la fonction g définie sur $[-5; 3]$ par

$$g(x) = (3x + 2)e^{0,5x}.$$

On admet que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[-5; 3]$, $g'(x) = (1,5x + 4)e^{0,5x}$.

1. Étudier le sens de variation de la fonction g sur $[-5; 3]$ et dresser son tableau de variation.
2. Donner une équation de la tangente à la courbe représentant g au point d'abscisse 1.

EXERCICE 2

6 points

Une banque attribue à chacun de ses clients un numéro de compte à 7 chiffres. Les 6 premiers chiffres sont donnés. Le septième chiffre est une clé de contrôle, c'est-à-dire qu'il sert à déceler les éventuelles erreurs de saisie du numéro de compte.

Pour déterminer ce dernier chiffre on procède de la façon suivante :

- On effectue la division euclidienne du nombre constitué des 6 premiers chiffres par 12.
On obtient un reste R .
- On exprime ce reste R en base 12 et on obtient le septième chiffre.

Remarque : Si $R = 10$, le dernier chiffre est A et si $R = 11$, le dernier chiffre est B .

1. Le nombre 1231309 est-il un numéro de compte possible ?
2. Déterminer la clé du numéro de compte dont les 6 premiers chiffres sont 425629.

3. Eric a fait une tache d'encre sur son numéro de compte. Elle cache le quatrième chiffre de ce numéro. On note a le chiffre manquant. Son numéro de compte est de la forme $124a55B$.
- Déterminer le reste de la division euclidienne de 55 par 12.
 - Démontrer que $10^2 \equiv 4 \pmod{12}$ et $10^3 \equiv 4 \pmod{12}$.
 - Déduire de la question b. les restes respectifs des divisions euclidiennes de 10^4 et 10^5 par 12.
 - En utilisant les questions précédentes, démontrer que le chiffre a vérifie :

$$11 + 4a \equiv 11 \pmod{12}.$$

- Quelles sont les valeurs possibles de a ?

EXERCICE 3**5 points**

Deux urnes sont notées U_1 et U_2 . Chacune contient cinq boules. Dans l'urne U_1 , il y a deux boules blanches et trois boules noires. Dans l'urne U_2 , il y a une boule blanche et quatre boules noires.

Un jeu consiste à lancer un dé à 6 faces.

- Si le résultat est 6, le joueur tire une boule dans U_1 .
- Sinon, il tire une boule dans U_2 .

Le joueur gagne lorsqu'il tire une boule blanche.

On note les évènements suivant :

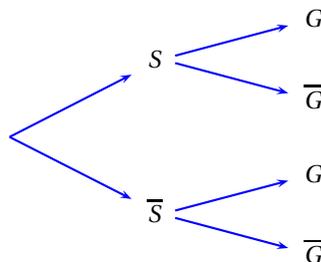
S : « le joueur obtient 6 », \bar{S} est son évènement contraire.

G : « le joueur gagne » et \bar{G} : « le joueur perd ».

- Donner, sous forme de fraction, les probabilités suivantes :

$$P(S), P(\bar{S}), P_S(G), P_{\bar{S}}(\bar{G}).$$

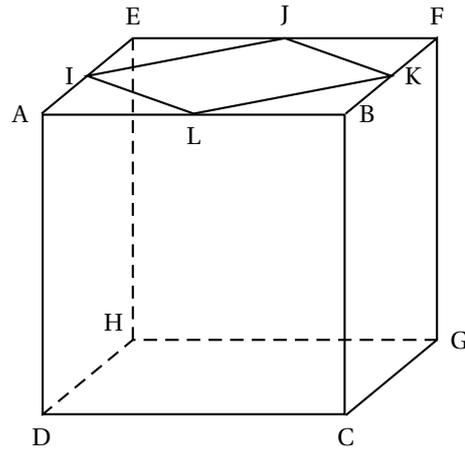
- Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



- Montrer que la probabilité que le joueur gagne est $P(G) = \frac{7}{30}$.
- Un joueur a gagné. Quelle est la probabilité que la boule provienne de l'urne U_1 ?
- Les évènements G et S sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- Calculer la probabilité de l'évènement $G \cup S$.

EXERCICE 4**4 points**

La figure ci-dessous représente un cube ABCDEFGH représenté en perspective cavalière. Sur la face ABFE, les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AE], [EF], [FB] et [BA].



Le but de l'exercice est de faire une représentation en perspective centrale de cette figure. Les représentations des points A, B, C, ... sont nommées a, b, c, ... Les droites (DG) et (BC) sont frontales.

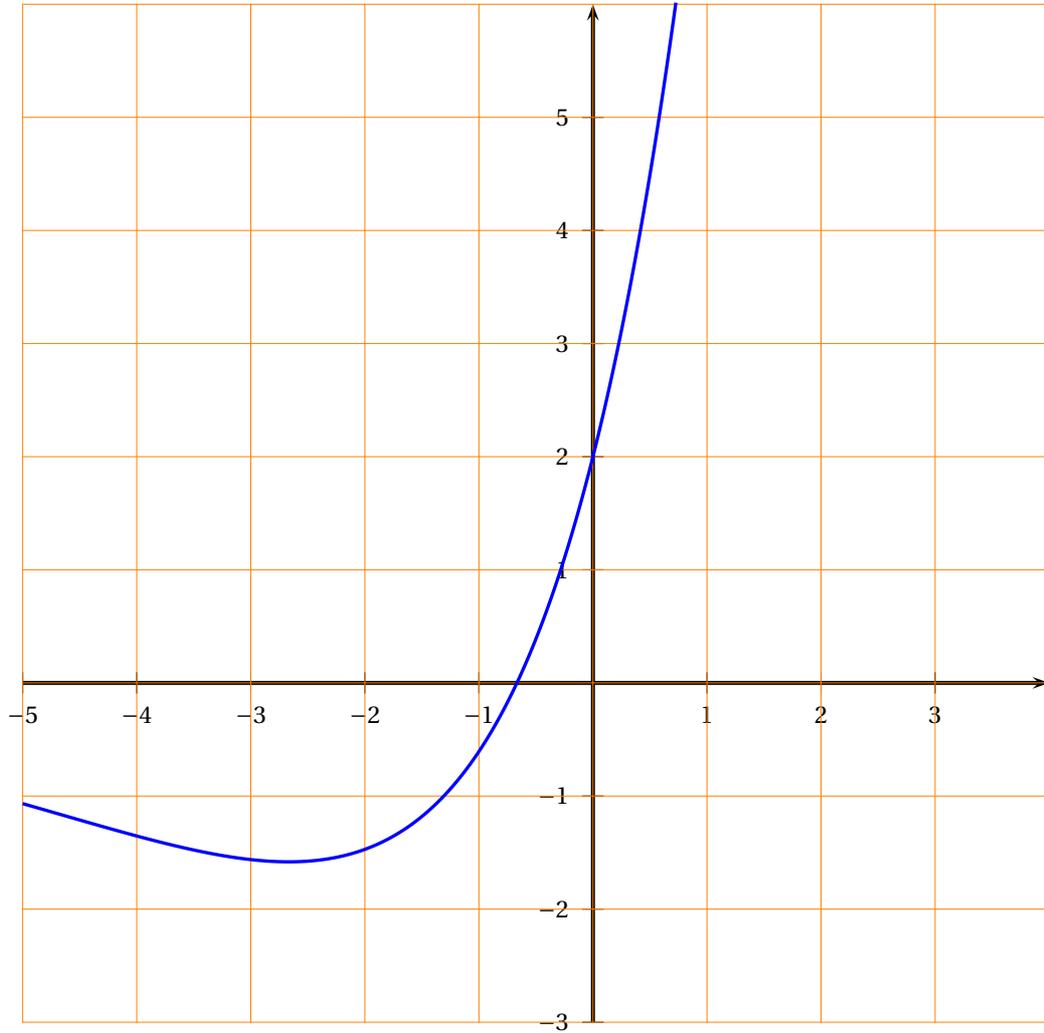
Les questions 1., 2., 3. et 4. seront traitées sur l'annexe 2 à rendre avec la copie.

On a tracé la ligne d'horizon ainsi que les représentations des segments [DG] et [BC].

1. Placer les points de fuite des droites (de) et (cg).
2. Placer le point h, représentant le point H
3. Placer les points a et f, puis terminer la représentation du cube.
4. Tracer la représentation du motif IJKL.

ANNEXE 1

EXERCICE 1 - Partie A



ANNEXE 2

EXERCICE 4

