Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie 14 novembre 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-\infty~;~6[$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty~;~6[$ et $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.
On donne le tableau de variations de la fonction f ci-dessous.

x	$-\infty$		-2		1		6
f	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, en justifiant la réponse.

1. Pour tout nombre de l'intervalle $]-\infty~;~1]$, on a $f'(x) \geqslant 0$.
2. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées.
3. La droite d'équation $y = 5$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$.
4. Si h est la fonction définie sur $]-\infty~;~6[$ par $h(x) = \text{e}^{f(x)}$, on a $\displaystyle\lim_{x \to 6} h(x) = -\infty$.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité mathématiques

Joanne est éducatrice canin : elle donne des leçons d'éducation le samedi après-midi.
Neuf chiots sont présents : Allegro, Bronx, Chouchou, Delco, Euclide, Falbala, Galipette, Homère et Indigo.
Joanne souhaite réaliser des exercices d'apprentissage par petits groupes de deux ou trois chiens. Falbala ne pense qu'à jouer si elle est trop proche de Bronx, Chouchou ou Euclide.
De même, Delco est très inattentif si Bronx ou Falbala sont à proximité !
Indigo ne supporte pas le caractère trop fougueux de Galipette.
Enfin le turbulent Allegro ne supporte la présence d'aucun autre chiot, sauf Euclide et Homère.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un graphe G dont les sommets sont les noms des chiots et relier entre eux les chiots que l'on ne peut pas mettre ensemble pour ce travail de groupe.
2. Le graphe G est-il connexe ? Expliquer.
3. Déterminer un sous graphe complet d'ordre maximal du graphe G.
   Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique du graphe G ?
4. Donner la valeur du nombre chromatique du graphe G.
5. Peut-on proposer une répartition des chiots en groupes de deux à trois chiots pouvant travailler ensemble ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième et donnés sous forme décimale.

Jade est une jeune cavalière qui participe régulièrement à des concours d'obstacles.
À chaque concours, sa monitrice met à sa disposition l'un des trois chevaux du club.
À l'issue de chaque concours, elle a noté sur une fiche le nom de sa monture ainsi que la performance qu'elle a réalisée.
L'examen de la collection de fiches ainsi constituée a permis à Jade de constater que :

- Six fois sur dix, elle a monté Cacahuète, une vieille jument docile mais qui fait souvent tomber les barres d'obstacle. Lorsqu'elle a monté Cacahuète, Jade a réussi son parcours deux fois sur cinq.
- Trois fois sur dix, elle a monté la jeune jument Tornade. C'est une jument performante mais difficile à maitriser. Lorsque Jade l'a montée, elle a réussi son parcours une fois sur deux.
- Lors des autres concours, Jade a monté le courageux et régulier Abricot et avec lui, elle a réussi son parcours quatre fois sur cinq.

Jade prend au hasard une fiche parmi sa collection. On s'intéresse au nom du cheval et au résultat du concours mentionnés sur la fiche.
On note :

- C l'évènement « Jade montait Cacahuète. »
- T l'évènement « Jade montait Tornade. »
- A l'évènement « Jade montait Abricot. »
- R l'évènement « Jade a réussi son parcours. »
- $\overline{\text{R}}$ l'évènement « Jade n'a pas réussi son parcours. »

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement : « Jade montait Abricot et a réussi son parcours ».

   Calculer la probabilité de l'évènement : « Jade montait Cacahuète et a réussi son parcours ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement : « Jade a réussi son parcours » est égale à $0,47$.
4. Sachant que Jade a réussi son parcours, quelle est la probabilité que ce jour là elle ait monté Tornade ?
5. Sachant que Jade n'a pas réussi son parcours, quelle est la probabilité que ce jour là elle ait monté Abricot ?

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

On s'intéresse à la quantité de thons blancs pêchée par an (en milliers de tonnes) en Nouvelle–Calédonie.
On utilise plusieurs méthodes pour modéliser l'évolution de cette quantité et estimer sa valeur en 2010.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7
Quantité y_i en milliers de tonnes de thons blancs pêchée	55,7	77,4	88,2	73,7	73,5	85,0	92,5

Source : Service de la Marine marchande et des pêches maritimes

1. **a.** On décide de modéliser la quantité de thons blancs pêchée à l'aide d'un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

   Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au centième.

   b. On suppose que l'évolution pour 2010 se poursuit sur le même modèle, utiliser cet ajustement pour donner une estimation de la quantité de thons blancs pêchée en 2010.

   On donnera une valeur arrondie au millier de tonnes.

2. On sait que 82,7 milliers de tonnes de thons blancs ont été péchés au cours des neuf premiers mois de l'année 2010. On ne connaît pas la quantité pêchée pendant les trois derniers mois de l'année.

   Les années précédentes, de 2003 à 2009, la quantité de thons blancs pêchée de janvier à fin septembre représentait en moyenne 73 % de la quantité annuelle.

   En considérant que cette proportion demeure en 2010, proposer une nouvelle estimation de la quantité de thons blancs pêchée en 2010.

   On donnera une valeur arrondie au millier de tonnes.

3. **a.** Calculer le taux d'évolution global (en pourcentage, arrondi au dixième) entre 2003 et 2009 de la quantité pêchée puis montrer que le taux d'évolution moyen annuel de cette quantité, arrondi au dixième d'unité de pourcentage, est égal à 8,8 %.

   b. Utiliser ce taux pour proposer une autre estimation de la quantité de thons blancs pêchée en 2010.

   On donnera une valeur arrondie au millier de tonnes.

EXERCICE 4 — 6 points

Commun à tous les candidats

Partie A

Soit u la fonction définie sur $]-\infty\,;\,4[\cup]4\,;\,+\infty[$ par

$$u(x)=\frac{x^2-5x+6}{x-4}.$$

1. Donner le signe de x^2-5x+6 pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. En déduire le signe de $u(x)$ pour tout x de $]-\infty\,;\,4[\cup]4\,;\,+\infty[$.
3. Factoriser x^2-5x+6.

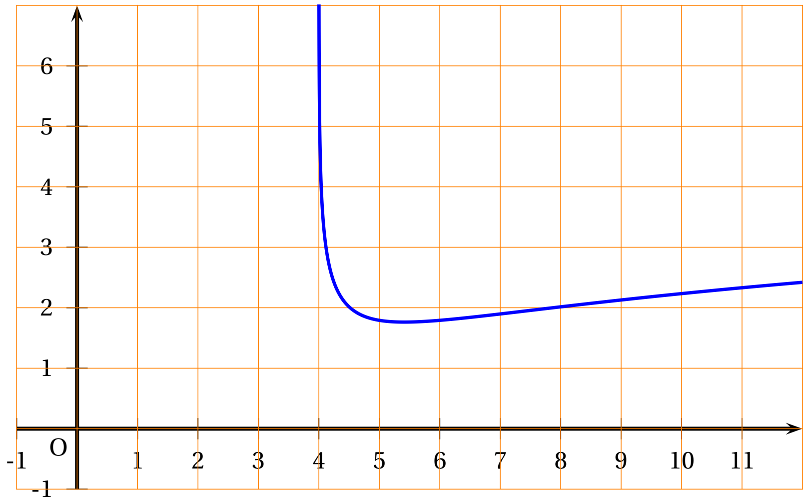
Partie B

1. En utilisant la partie A, expliquer pourquoi la fonction f telle que

   $$f(x)=\ln\frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)}$$

   peut être définie pour $x\in]4\,;\,+\infty[$.

2. Une représentation graphique de la fonction f figure ci-dessous.



Utiliser cette représentation graphique pour déterminer une valeur approchée, arrondie à l'entier le plus proche, du nombre $\mathscr{A} = \displaystyle\int_5^7 f(x)\,\mathrm{d}x$.

On expliquera la démarche.

3. Soient i, j et k les fonctions définies sur $]4\,;\,+\infty[$ par :

- $i(x) = \ln(x-2)$
- $j(x) = \ln(x-3)$
- $k(x) = \ln(x-4)$

a. Vérifier que la fonction I définie sur $]4\,;\,+\infty[$ par $I(x) = (x-2)\ln(x-2)-x$ est une primitive de la fonction i sur $]4\,;\,+\infty[$.

b. On admet que la fonction J définie sur $]4\,;\,+\infty[$ par
$J(x) = (x-3)\ln(x-3)-x$ est une primitive de la fonction j sur $]4\,;\,+\infty[$ et que la fonction K définie par $K(x) = (x-4)\ln(x-4)-x$ est une primitive de la fonction k sur $]4\,;\,+\infty[$.

Pour $x \in]4\,;\,+\infty[$, exprimer $f(x)$ à l'aide de $i(x)$, $j(x)$ et $k(x)$.

c. En déduire l'expression d'une primitive F de la fonction f sur $]4\,;\,+\infty[$.

4. Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis donner la valeur arrondie au centième.