

**Objectifs** : Nombre dérivé d'une fonction en un point (comme limite du taux d'accroissement).

Lecture graphique du coefficient directeur d'une tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable en un point.

Fonction dérivée. Dérivées des fonctions usuelles :  $x \mapsto \sqrt{x}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{x}$  et  $x \mapsto x^n, n \in \mathbb{N}^*$ .

## I- Nombre dérivé et tangente

### 1) Taux d'accroissement

Soient une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $I$ , avec les réels  $a, a+h$  et  $x$  dans  $I$ . ( $h \neq 0$ )

**Définition 1** : On appelle **taux d'accroissement** de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $x$  le nombre :  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

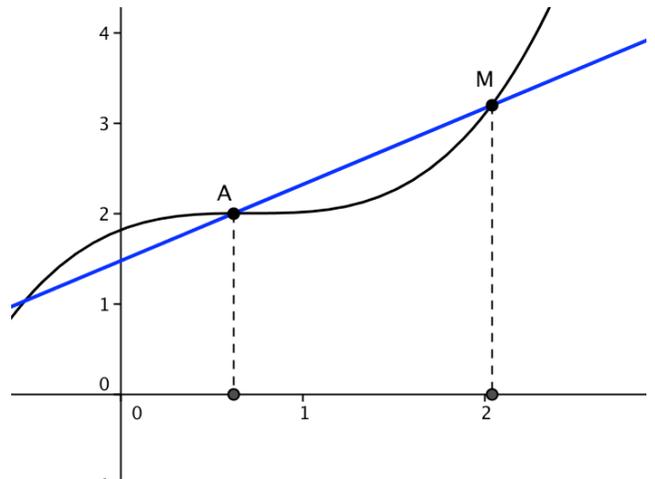
**Définition 2** : On appelle **taux d'accroissement** de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  le nombre :

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

**Interprétation graphique** : Soient les points  $A(a; f(a))$  et  $M(a+h; f(a+h))$ , deux points de la courbe représentative de la fonction  $f$ .

Le taux d'accroissement de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  est le **coefficient directeur de la sécante (AM)**.

**Exercice 1** :  $f(x) = x^2$ . Déterminer le taux d'accroissement de la fonction  $f$  entre 1 et  $1+h$ ; puis entre 1 et 2.



### 2) Nombre dérivé d'une fonction en un point

**Définition** : Soient une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $I$ ;  $a$  et  $a+h$  sont deux nombres réels de  $I$  avec  $h \neq 0$ . Dire que la fonction  $f$  est dérivable en  $a$  signifie que lorsque  $h$  tend vers 0, alors le taux

d'accroissement  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  tend vers un nombre réel noté  $f'(a)$ , appelé **nombre dérivé de  $f$  en  $a$** .

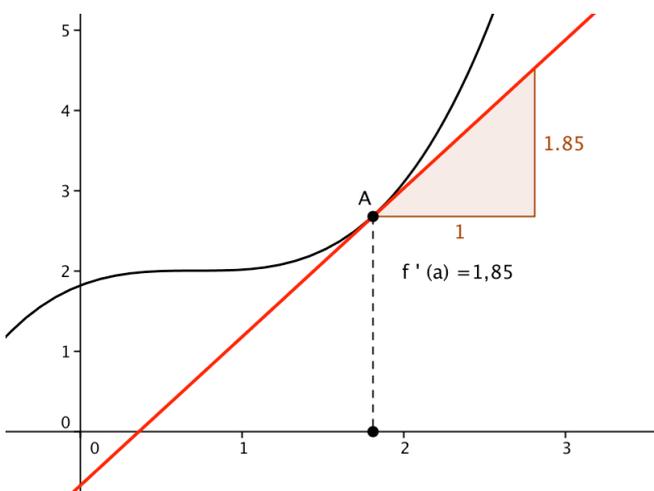
On note : 
$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

**Exercice 2** : Déterminer le nombre dérivé de la fonction  $f$  en  $a$  :

a)  $f(x) = x^2$  et  $a = 1$

b)  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  et  $a = 2$

c)  $f(x) = x^3$  et  $a = -1$

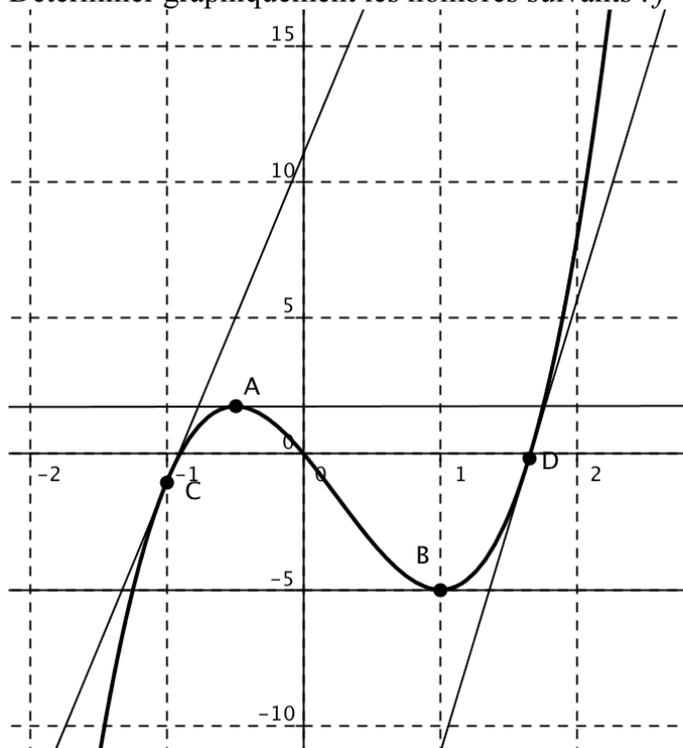


**Interprétation graphique** : Le nombre dérivé d'une fonction  $f$  en un point  $a$  représente le **coefficient directeur de la tangente** à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point  $a$ .

La droite qui passe par  $A(a; f(a))$  et de **coefficient directeur  $f'(a)$  est la tangente** à la courbe représentative de la fonction  $f$  au point  $a$ .

Exercice 3 :

Déterminer graphiquement les nombres suivants :  $f'(-1)$  ;  $f'(-0,5)$  ;  $f'(1)$  et  $f'(1,6)$ .



## II- Fonction dérivée

### 1) Fonction dérivée

**Définition** :  $f$  est une fonction définie sur un intervalle  $I$ . Dire que la fonction  $f$  est dérivable sur  $I$  signifie que  $f$  est dérivable en tout nombre réel de  $I$ . La fonction dérivée de  $f$ , notée  $f'$ , est la fonction qui à tout nombre réel  $x$  de  $I$  associe son nombre dérivé  $f'(x)$ .

### 2) Dérivées des fonctions usuelles

ROC : Compéter le tableau ci dessous

Fonction $f(x) =$	Ensemble de définition de $f$	Ensemble de dérivabilité de $f$	Fonction dérivée : $f'(x) =$
$f(x) = k$ , $k$ nombre réel			
$f(x) = x$			
$f(x) = mx+p$			
$f(x) = x^2$			
$f(x) = ax^2+bx+c$			
$f(x) = x^3$			
$f(x) = x^n$ , $n$ entier naturel non nul			
$f(x) = \frac{1}{x}$			
$f(x) = \sqrt{x}$			