

**Brevet de technicien supérieur session 2013**  
**Comptabilité et gestion des organisations**  
**Nouvelle-Calédonie**

Durée : 2 heures

**Exercice 1**

**8 points**

**A. Étude d'une fonction**

$f$  est la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(t) = 9 - 6e^{-0,2t}.$$

Sa courbe représentative  $C$  dans le plan muni d'un repère orthonormal est donnée en annexe.

1. On admet que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,2t} = 0$ . Calculer la limite de la fonction  $f$  en  $\infty$ .  
 En déduire que la courbe  $C$  admet une asymptote  $D$  dont on donnera une équation.  
 Construire la droite  $D$  sur le graphique de l'annexe à rendre avec la copie.
2. a. Justifier que  $f'(t) = 1,2e^{-0,2t}$  où  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .  
 b. Étudier le signe de  $f'(t)$  sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
3. Établir le tableau de variation de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$ . On complètera ce tableau avec des valeurs exactes.
4. Résoudre graphiquement dans  $[0 ; 15]$  l'inéquation  $f(t) \geq 8,5$ . On fera apparaître sur la figure de l'annexe à rendre avec la copie, les constructions utiles.

**B. Calcul intégral**

On note  $I = \int_5^{10} f(t) dt$ .

1. a.  $g$  et  $G$  sont les fonctions numériques définies sur  $[0 ; +\infty[$  respectivement par :

$$g(t) = -6e^{-0,2t} \quad \text{et} \quad G(t) = 30e^{-0,2t}.$$

Démontrer que  $G$  est une primitive de  $g$  sur  $[0 ; +\infty[$ .

- b. Démontrer que  $I = 45 + 5(e^{-2} - e^{-1})$ .
2. a. En déduire la valeur exacte de la valeur moyenne  $V_m$  de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[5 ; 10]$ .  
 b. Donner une valeur arrondie à  $10^{-2}$  de  $V_m$ .

**C. Application**

Dans une entreprise -on admet que pour une production journalière de  $n$  dizaines d'articles, lorsque  $1 \leq n \leq 15$ , la marge unitaire sur coût de production, en euros, est donnée par  $f(n)$  où  $f$  est la fonction définie dans la partie A.

En utilisant les résultats de la partie A., répondre aux questions suivantes :

1. Donner la marge unitaire sur coût de production, arrondie au centime d'euro, pour une production journalière de 50 articles.
2. Pour quelles productions journalières, la marge unitaire sur coût de production est-elle supérieure ou égale à 8,50 euros ?

**Exercice 2****12 points**

*Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante*

**A. Ajustement affine**

Les ventes de voitures particulières et d'utilitaires légers en Chine sont données dans le tableau suivant où  $t_i$  désigne le rang de l'année et  $v_i$  le nombre de ventes en millions au cours de la même année.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang $t_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
Ventes $v_i$	4,3	4,8	5,4	6,8	8,8	9,4	13,5	15

La forte croissance des ventes au cours des quatre dernières années suggère de renoncer à un ajustement affine pour le nuage de points correspondant. On effectue donc le changement de variable  $y_i = \ln v_i$ , où  $\ln$  désigne le logarithme népérien.

1. Compléter, après l'avoir reproduit sur votre copie, le tableau suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à  $10^{-3}$ .

Rang $t_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i = \ln v_i$	1,459				2,175			2,708

2. Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique  $(t_i ; y_i)$ . Arrondir à  $10^{-3}$ .
3. Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, une équation de la droite de régression de  $y$  en  $t$  sous la forme  $y = at + b$  où  $a$  et  $b$  sont arrondis à  $10^{-3}$ .
4. On pose  $v = e^y$  où  $y$  a été défini à la question précédente et où  $v$  désigne le nombre de ventes en millions au bout de  $t$  années (on rappelle que  $t = 1$  en 2003).  
Vérifier que  $v = 3,31e^{0,19t}$  où les coefficients ont été arrondis à  $10^{-2}$ .
5. Utiliser le résultat précédent pour déterminer en quelle année on peut estimer que les ventes annuelles de voitures particulières en Chine auront dépassé 20 millions.

**B. Évènements indépendants****Cette partie est un questionnaire à choix multiples**

*Pour chacune des deux questions, une seule réponse a, b, c, d est exacte.*

*Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. On ne demande aucune justification.*

*Chaque réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

Une entreprise fabrique des chariots composés d'un panier monté sur un support à roulettes.

On a constaté qu'après trois mois d'utilisation certains chariots présentent une détérioration des roulettes ou du panier.

On observe après trois mois d'utilisation un chariot prélevé au hasard dans la production.

On note  $A$  l'évènement : « les roulettes du chariot sont détériorées ».

On note  $B$  l'évènement : « le panier du chariot est détérioré ».

On admet que les probabilités des évènements  $A$  et  $B$  sont  $P(A) = 0,005$  et  $P(B) = 0,01$ , et on suppose que ces deux évènements sont indépendants.

1. La valeur exacte de la probabilité de l'évènement : « le chariot prélevé présente des roulettes et un panier détériorés » est :

Réponse $a$	Réponse $b$	Réponse $c$	Réponse $d$
0,015	0,0149	0,0005	0,00005

2. La valeur exacte de la probabilité de l'évènement : « le chariot prélevé présente au moins une détérioration des roulettes ou du panier » est :

Réponse $a$	Réponse $b$	Réponse $c$	Réponse $d$
0,015	0,985	0,01495	0,149

### C Loi binomiale et loi normale

On note  $E$  l'évènement : « un chariot prélevé au hasard dans la production est inutilisable après deux ans de service ». On admet que  $P(E) = 0,35$ .

L'entreprise livre 60 chariots à un client. La production est suffisamment importante pour qu'on puisse assimiler cette livraison à un tirage avec remise de 60 chariots.

On considère la variable aléatoire  $X$  qui, à toute livraison de 60 chariots associe le nombre de chariots de cette livraison inutilisables après deux ans de service.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2.
  - a. Calculer la probabilité qu'exactly trente chariots livrés soient inutilisables après deux ans de service. Arrondir à  $10^{-1}$ .
  - b. Calculer l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire  $X$ .
3. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire  $X$  par la loi normale de paramètres  $m = 21$  et  $\sigma = 3,7$ .

On note  $Y$  une variable aléatoire suivant la loi normale  $\mathcal{N}(21 ; 3,7)$ .

- a. Justifier les valeurs de  $m$  et  $\sigma$ .
- b. On note  $E$  l'évènement « Au moins 45 chariots sont utilisables après deux ans de service ».

Exprimer cet évènement à l'aide de  $X$ .

On approche la probabilité de l'évènement  $E$  à l'aide de  $P(Y \leq 14,5)$ .

Calculer  $P(Y \leq 14,5)$ . Arrondir à  $10^{-2}$ .

## Annexe à rendre avec la copie

