

Brevet de technicien supérieur session 2011
Comptabilité et gestion des organisations
Nouvelle-Calédonie

Durée : 2 heures

Exercice 1**8 points**

On jette un dé non truqué, la partie est gagnée si on obtient un 5 ou un 6. On joue 50 parties de suite.

Dans cet exercice les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-2}

A. Loi binomiale

On considère la variable aléatoire X qui associe le nombre de parties gagnées au cours d'une suite de 50 parties.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité de l'évènement E : « on gagne 15 parties ».
3. Calculer la probabilité de l'évènement F : « on gagne 15, ou 16, ou 17 parties ».

B. Approximation d'une loi binomiale par une loi normale

On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par la loi normale de moyenne $m = \frac{50}{3}$ et d'écart type $\sigma = \frac{10}{3}$.

On note Y une variable aléatoire suivant cette loi normale.

1. Justifier le choix des valeurs de m et de σ .
2. Justifier que $P(Y \geq 17,5)$ est une approximation de la probabilité de l'évènement : « le nombre de parties gagnées est au moins égal à 18 ».
3. Donner une valeur numérique de $P(Y \geq 17,5)$ arrondie à 10^{-2} .
4. En déduire une valeur approchée de la probabilité de l'évènement : « le nombre de parties gagnées est compris entre 15 et 17 ».

Exercice 2**12 points***A. Étude d'une fonction et calcul intégral*

Soit f la fonction définie sur $[0; 15]$ par

$$f(x) = 0,2x + 1 + e^{-0,2x+1}.$$

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité graphique 1 cm.

1.
 - a. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $[0; 15]$.
 - b. Résoudre dans $[0; 15]$ l'inéquation : $1 - e^{-0,2x+1} \geq 0$.
 - c. En déduire le sens de variation de f sur $[0; 15]$.
2. Tracer la courbe \mathcal{C} sur une feuille de papier millimétré **à rendre avec la copie**.
3. On note $I = \int_5^{15} f(x) dx$.

- a. Démontrer que $I = 35 - 5e^{-2}$.
- b. En déduire la valeur moyenne V_m de f sur $[5; 15]$.
- c. Donner la valeur approchée arrondie à 10^{-3} de V_m .

B. Application économique

Une entreprise fabrique du matériel informatique.

Lorsqu'elle fabrique x centaines d'objets d'un certain type ($5 \leq x \leq 15$), le coût total de production, en milliers d'euros, est modélisé par $f(x)$, où f est la fonction définie à la partie A.

1. Déterminer le coût total de production en milliers d'euros :

- a. de 1 000 objets ;
- b. de 1 100 objets.

Au a. et au b., arrondir à 10^{-3} .

2.
 - a. Déterminer la valeur approchée arrondie à 10^{-3} de $f(11) - f(10)$.
 - b. $f(11) - f(10)$ représente la dépense occasionnée par la production d'une centaine d'objets supplémentaires lorsqu'on a déjà fabriqué dix centaines d'objets.

Plus généralement, $f(x+1) - f(x)$ représente la dépense occasionnée par la production d'une centaine d'objets supplémentaires lorsqu'on a déjà fabriqué x centaines d'objets.

En économie, on note $f(x+1) - f(x) = C_m(x)$ et $C_m(x)$ s'appelle le « *coût marginal au rang x* ».

On prend $f'(x)$ comme approximation de $C_m(x)$, où f' est la fonction dérivée de la fonction f .

En déduire, en milliers d'euros, la valeur approchée, arrondie à 10^{-3} , du coût de production de la onzième centaine d'objets en utilisant la fonction dérivée de f .

Vérifier que les résultats obtenus au a. et au b. ne diffèrent que de 7 euros.

3. On suppose que tous les objets produits sont vendus.

Chaque centaine d'objets est vendue 0,4 milliers d'euros. La recette pour x centaines d'objets vendus est donc donnée par $g(x) = 0,4x$.

- a. Tracer la droite Δ d'équation $y = 0,4x$ sur le graphique précédent.
- b. Par lecture graphique, indiquer la production x_0 à partir de laquelle l'entreprise réalise un bénéfice.

On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.