

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2011

## MATHÉMATIQUES

### SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES

*Génie Mécanique*

Option A : Productique Mécanique

Option F : Microtechniques

*Génie Énergétique*

*Génie Civil*

**Durée de l'épreuve : 4 heures - Coefficient : 4**

**Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.**

L'usage des calculatrices est autorisé selon les termes de la circulaire  
n°99-186 du 16 novembre 1999.

Un formulaire de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

**2 feuilles de papier millimétré seront mises à la disposition des candidats.**

\*\_\*\_\*\_\*

*Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des  
raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

**LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT LES DEUX EXERCICES  
ET LE PROBLÈME**

### Exercice 1 (5 points)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

Le nombre  $i$  désigne le nombre complexe de module 1 et dont un argument est  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation d'inconnue  $z$  (on donnera les solutions sous forme algébrique) :

$$(z - 2 - 2i)(iz + \sqrt{3} - 3i) = 0.$$

2. On note  $A$ ,  $B$  et  $C$  les trois points du plan complexe d'affixes respectives :

$$a = 3 + \sqrt{3}i, \quad b = 2 + 2i \quad \text{et} \quad c = 2e^{i\frac{\pi}{3}}.$$

- Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes  $a$  et  $b$ .
  - Exprimer le nombre complexe  $c$  sous forme algébrique.
  - Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le plan muni du repère  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . On prendra 2 cm comme unité graphique.
  - Démontrer que le triangle  $OCA$  est un triangle isocèle.
3. Justifier brièvement le fait que la droite  $(AC)$  est parallèle à l'axe des abscisses. En déduire la valeur exacte de l'aire du triangle  $OCA$ .
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

La droite  $(OB)$  est-elle une bissectrice du triangle  $OCA$  ?

### Exercice 2 (4 points)

Une société commercialise des appareils de deux types A et B. Pour chaque appareil vendu, le client a le choix entre deux formules de paiement : immédiat ou fractionné.

La société a vendu 200 appareils en 2010. La répartition des appareils vendus, selon le type et la formule de paiement, est détaillée dans le tableau suivant.

|                     | Type A | Type B | Total |
|---------------------|--------|--------|-------|
| Paiement immédiat   | 20     | 30     | 50    |
| Paiement fractionné | 50     | 100    | 150   |
| Total               | 70     | 130    | 200   |

1. Pour fidéliser sa clientèle, la société envisage de récompenser par un chèque cadeau l'un de ses clients ayant acheté en 2010 un appareil de type A ou B. Pour cela, elle réalise un tirage aléatoire parmi les fiches des 200 appareils vendus. Le client correspondant sera récompensé. Pour cette expérience aléatoire, on note :
  - $A$  l'événement « la fiche tirée correspond à la vente d'un appareil du type A » ;
  - $B$  l'événement « la fiche tirée correspond à la vente d'un appareil du type B » ;
  - $I$  l'événement « la fiche tirée correspond à la vente d'un appareil avec paiement immédiat » ;
  - $F$  l'événement « la fiche tirée correspond à la vente d'un appareil avec paiement fractionné ».
  - a) Déterminer la probabilité des événements  $A$  et  $I$ .
  - b) Calculer la probabilité que la fiche tirée corresponde à la vente d'un appareil du type A et à un paiement fractionné.
  - c) Calculer la probabilité que la fiche tirée corresponde à la vente d'un appareil du type A ou à un paiement fractionné.
2. La société décide de moduler le montant du chèque cadeau correspondant à la fiche tirée au sort, selon le type d'appareil et la formule de paiement. Ce montant est détaillé dans le tableau suivant.

|                     | Type A                 | Type B                |
|---------------------|------------------------|-----------------------|
| Paiement immédiat   | Chèque cadeau de 100 € | Chèque cadeau de 60 € |
| Paiement fractionné | Chèque cadeau de 60 €  | Chèque cadeau de 30 € |

Le montant du chèque cadeau, exprimé en euro, est une variable aléatoire notée  $X$  prenant les trois valeurs 30, 60, 100.

- a) Quelle est la probabilité de l'événement ( $X = 60$ ) ?
  - b) Donner dans un tableau la loi de la variable aléatoire  $X$ .
  - c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $X$ .
3. À titre incitatif, la société est à prêle à augmenter le montant du chèque cadeau uniquement dans le cas où le tirage correspond à un appareil du type A réglé avec paiement immédiat. Le montant reste inchangé dans les autres cas. La société souhaite cependant que le montant moyen du chèque cadeau ne dépasse pas 55 €. Quel est le montant maximal du chèque cadeau que peut offrir la société, pour un tirage correspondant à un appareil du type A réglé avec paiement immédiat ?