LPGN J Première S **Devoir n° 12 (dc J 2 heures J 22/06/2001)**

EXERCICE 1 J 10 points

Soit la fonction f définie sur [–3;+∞[, par : $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x - 4}{x^2 - 2x + 2}$

1°) Montrer qu'il est justifié de dire que f est bien définie sur [–3 ; + ∞ [.

2°) Déterminer la limite de f en + ∞ .

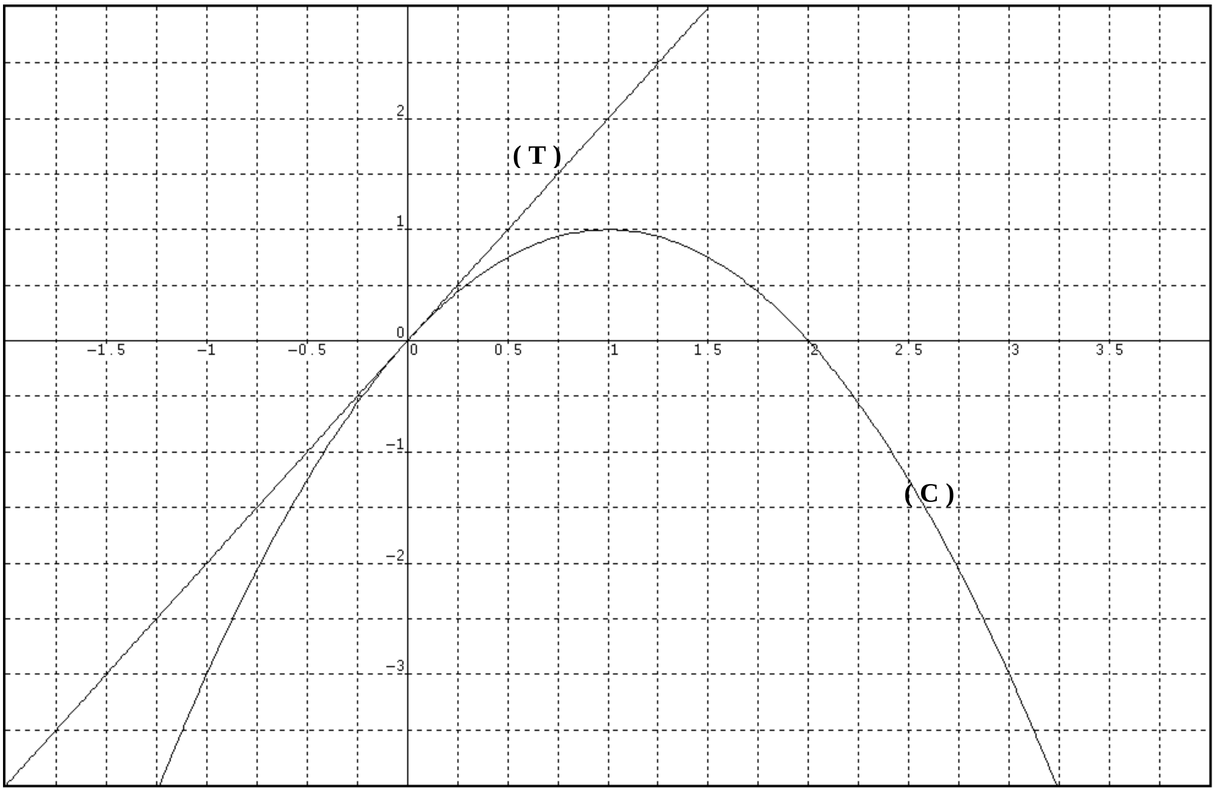
En déduire que la représentation graphique (C) de f dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} , \vec{j})$ admet une droite asymptote (T) et préciser la position la position de (C) par rapport à cette asymtote .

3°) Montrer que : $f'(x) = \dfrac{-6x^2 + 12x}{(x^2 - 2x + 2)^2}$. En déduire les variations de f sur [–3 ; + ∞ [.

4°) Construire (C) et (T) (unité graphique 2 cm) sur une feuille de papier millimétrée .

EXERCICE 2 J 6 points

Soit (C) la courbe représentative d'une fonction f définie sur ℝ . (La fenêtre d'affichage est significative)



1°) f est–elle une fonction homographique ? Que représente (T) ? (soyez précis)

2°) A l'aide du graphique, donner les valeurs de f (0) ; f (1) et déterminer celles de f ' (0) et f ' (1) .

3°) Donner le tableau de variations de la fonction f . (Ce tableau contiendra également le signe de la dérivée de f)

4°) Donner selon les valeurs de x le signe de f (x) (Faire un tableau)

5°) Déterminer deux réels a et b tels que pour tout x de ℝ , on ait : $f(x) = a x^2 + b x$.

6°) Déterminer une équation de la tangente au point d'abscisse 3 puis tracer cette tangente (attention, le repère proposé n'est pas orthonormal) .

EXERCICE 3 J 4 points (1 + 1 + 2)

I – f est une fonction homographique telle que : $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$. Montrer que f ' (x) est du signe de ad – bc pour x σ≠ –d/c

II– Soit $f(x) = (4x-2)^2 (2x + 3)$.

En utilisant les formules de dérivation d'un produit et d'un carré de fonctions, écrire f '(x) sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré .

III– Soit f une fonction polynôme du troisième degré .

1°) Que peut–on dire de la dérivée de la fonction f ?

2°) Que peut–on dire du signe de la fonction dérivée de f ? (montrer qu'il y a six tableaux de signes différents)

3°) Que peut–on dire des variations de f, avec limites ?